勝手にしやがれ！エントロピー

―――――― 文系高校数学でも理解できる確率的世界像 ――――――

2016.09.29　Takashi Aurues

前版（2015.02.14x）からの変更点：**参考資料 8**：『エントロピー：その形式的呪縛からの解放（人間の非論理的な判断の物質的根拠に関する論理的かつ非論理的な説明の試み）』を加えました。まったく新しい考え方に変わりました。『勝手にしやがれ！エントロピー』も書き直しが必要となりました。

参考資料 1：『「勝手にしやがれ！エントロピー　文系高校数学でも理解できる確率的世界像」を高校２年生が読むための準備説明』は、説明内容をエントロピーとフィボナッチ数列に絞ったものです。本説明（勝手にしやがれ！エントロピー）が少し難しいかなという方は、まずこちらから読まれるのがお奨めです。こちらも 2016.03.21 に改訂作業を開始し、04.01 に第 2 版としました。

まえがき

ブッダ（仏陀）の悟りのエッセンスは、その世界観であり、『無常』という言葉で表されています。それ以外はカスです。経典も、寺院も、あるいは教徒集団も、ブッダが悟り得た無常観の前にはカスのような価値しかありません。いかなる教えも儀式も、消滅を繰り返し、変移しつづける無数の泡のひとつにすぎません。

ブッダの無常観は、もはや仏教というものから切り離して扱うのが適切です。その理由は、現代の自然科学が捉えている確率的世界観が無常観そのものだからです。

つまり、無常の世界は自然科学の言葉で表現できるということです。そのキーワードがエントロピーです。

エントロピー、エネルギー、自由エネルギー、情報、散逸構造（さんいつこうぞう）、構造の進化（ダーウィンの進化論）といった幾つかの用語の意味を理解できるようになれば、無常の世界観を、現代的に、科学的に、つまり合理的な思考過程を経て納得し、真理であると信じることができるようになります。神話や風聞に頼らない世界観を得ることができるのです。

しかし、一般の方を対象としたやさしい説明はほとんど見あたらないので、自分で試みてみることにしました。

基本的には、エントロピーとは何か？という方を対象としていますが、多少エントロピーと格闘した経験のある方にひと言：「シャノンの情報エントロピーは、淡々と確率についての関数であると理解して扱い、確率的に変化するものの物理単位を与えれば、物理的意味を持ち、物理のエントロピーとして扱えるようになります。また、物理（熱力学）のエントロピーの意味（つまりボルツマンによる解釈）を、平衡系の確率を基準としたものから非平衡系の瞬間的な確

率を基準としたものに変更すると、難解なエルゴード問題を抱えることがなくなり、世の中の変化が随分と見通し良くなります。」

エントロピーを理解すると得られる御利益は他にもたくさんあります。生命とは何か？その本質的理解が得られます。つまり、人生とは何か？の答えも各人なりに得られるでしょう。私（筆者）の場合は、triage（トリアージュ、選別）という差別的治療は果たして正義なのか悪なのかといった倫理的問題に対する答えを見つけるのに役立ちました。文系であってもエントロピーの考え方を理解して使いこなす必要があるでしょう。

しかし、エントロピーそのものが重要なわけではありません。大切なことは、確率的な世界観を得ることです。世界の確率的性格の理解を助ける道具のひとつがエントロピーであるということにすぎません。

本説明の「1.～3.」と参考資料１:『「勝手にしやがれ！エントロピー」を高校２年生が読むための準備説明』の内容は、相補的な関係にあります。

目　次

1. 情報とは何か？

「情報」とは何でしょうか。ひとことで言うと、情報とは「**偏り（片寄り）**」のことです。もう少し丁寧に言いかえると、「多数の要素から成る系において、要素の分布の偏り、つまり要素同士の相互関係・位置関係の偏り」を情報と呼ぶことにします。もちろん、これはひとつの仮定です。この仮定から出発して、いろいろと検討しながら仮定を改良していきましょう。この最初の段階の「情報」は「**静的情報**」と呼んだ方がわかりやすいかもしれません。やがて、偏りそのものよりも「偏りの確率的な変化」を情報として重視する（特に動的情報と呼ぶ）ことになりますが、それはもっと先の話になります。ここでは、「情報とは偏りのことである」という仮定から説明を開始します。

まず、情報の無い世界、つまりいかなる偏りも許されない世界を想像して下さい。そのような世界に入った時、あなたの目には何が映るでしょうか。真っ暗な闇が広がっているはずです。いや、広がりを感じることすらできないでしょう。

光とは電磁波であり、電界や磁界が規則的に偏りながら進む波ですから、そのような偏りが許されないのならば、光も存在しないということです。「情報とは偏りのこと」という仮定に拠れば、光を構成する電界や磁界の偏りが情報ということになります。

仮に光の存在が許されたとしても、その波長が一様で、光の強弱も一様であるとすると、一面灰色（あるいは黒、または白かその他の色かもしれませんが）の世界が見えるはずです。視覚的には、上も下も、前も後ろも全部一様に灰色であって、いかなる形も見ることができません。世界からあなたの目に飛び込む光に、何の偏りもないからです。私たちの目が形や色を見分けることができるとき、それは光の波長や強弱の分布に偏りがあることを意味しています。すなわち、この偏りが情報です。

音についても同じようなことが言えます。情報の無い世界、いかなる偏りも許されない世界に音は存在しません。音とは空気などの振動（圧力変化）であり、耳には空気が音を伝えるのですが、そもそも偏りが許されないということは、空気も存在しないということです。空気とは、窒素や酸素などの分子の集まりですが、分子が存在する部分は、その周囲より質量などの分布が偏っています。そのような偏りが無いということですから、その世界には空気などの物質は存在できません。したがって、偏りの許されない世界に音は存在しません。

仮に空気の存在は認めるとしましょう。しかし、情報の無い世界を満たすのは、どこでも一様で変化の無い空気の存在です。音は空気などの振動（圧力変化）、つまり圧力の偏りですが、そのような偏りが許されないということであれば、音は存在できないということになります。空気が偏って均一な分布ではなくなるとき、その偏りが情報です。

仮に音をひとつだけ、つまり一定の振動数と一定の強さの音をひとつだけ認めるとしま

しょう。しかし、許された音からのいかなる偏りも許されないとすると、私たちの脳は、そのような音を背景音として知覚対象から排除しますから、この許された音すら聴き取れなくなるでしょう。つまり、情報としては捉えられなくなります。もしこのとき、この一定の音とは異なる振動数、あるいは同じ振動数でも音量が異なれば、私たちは、そのような変化（偏り）を聴きとることができるでしょう。この偏りが情報です。

情報の無い世界は、光も音も、温度や触った感じも全てが一様であり、私たちは世界について何も感じ取ることができません。寒くもなく、熱くもなく、手を動かしても何も感じない。重力の分布にも偏りがありませんから、上も下も感じ取れません。何らかの偏りがあって初めて世界を知覚することができます。「情報とは偏りのこと」という仮定に拠れば、こうした偏りが情報です。

「多数の要素から成る系において、要素の分布の偏り、つまり要素同士の相互関係・位置関係の偏りが情報である」という定義の意味が理解できたでしょうか。これが情報の最も根源的な定義であり、この定義による「情報」は「構造」、「秩序」、「組織」といった言葉の同義語です。

場面に応じて、私たちは「情報、構造、秩序、組織、・・・」といった用語を使い分けていますが、根源的には同義であり、「偏り」のことです。

今、読者の皆さんが文字を読めるのも、黒いインクが紙面に一様に分布せず（あるいはモニター上の光に波長の違いや強弱の偏りがあり）、局所的に集中しているからです。あとで、「偏り」そのものよりも「偏りの確率的な変化」を情報の定義として重視することになりますが、段階的に説明を進めていきます。

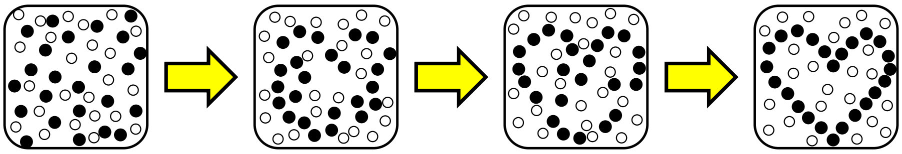
仮定 1. 情報とは偏りのことである

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

また、私たちは、「情報が持つ意味」を示すために「情報」という用語を使うこともあります。これは単に情報と呼ぶよりは「高次情報」と呼ぶべきものです。日常的にはむしろ、この高次情報の意味で「情報」という用語を使うことが多いため、「情報とは何か」を根源的に理解することが妨げられます。情報という言葉を聞くとすぐに意味を考える癖が私たちの脳にはありますが、ここでは「意味＝高次情報」より「低次元の情報」を扱っていることを忘れないでください。単に情報と呼ぶときは、この低次元の情報を指します。

次図をご覧ください。黒い粒子の分布が偏ることで情報に変わっているのが解りますね。しかしこれは、情報の例としては不適切な説明図です。読者に「意味」を感じ取らせて、

それを情報の出現だと説明しているからです。この分布図が示す偏りで私たちが感じ取っているのは情報（低次元の情報＝偏り）ではなく高次情報（＝意味）です。両者の違いをもう少し説明します。



先ほどの 4 つの分布図は、意味を問わなければ（つまり低次元で考えれば）、どれも等価の情報（＝偏り）です。どれもが分布の偏りの 1 種を表しています。どのような種類のものであっても「何らかの偏り」があれば、それはすべて「情報」です。私たちが意味を感じるか否かは別問題です（高次元の問題）。特別な偏りにどのような意味を感じとるかは、受け手によって個人差があります。むしろ動物の脳は、意味のない低次元の情報を「感じとらない」ように発達してきましたから、何も感じなくて（偏りの多くを雑然としたものだと感じても、それは）当然のことです。

以上の説明で、「偏り」の無いところに「情報」は無く、まさしく「情報＝偏り」であるということをイメージすることができるようになったでしょうか。

では次に、この低次元の情報の定量的な扱いについて説明を進めさせていただきます。

2. 情報量とは何か？

情報量の基本単位を「1」とし、最初に、どのような偏りであっても、1 種類の偏りが持つ量を、基本単位の「1」であると決めてみます。

仮定 2.　情報量とは偏りの種類の多さである

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

仮定 3.　情報量の基本単位は「 1 」である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

情報量は、（やがて最終的には）便宜的（べんぎてき）理由により対数化して扱うことになります。対数（たいすう）は文系高校数学の履修対象ですが、日常的に使わない方は忘れて

しまったでしょうから、ごく初歩的な計算方法を思い出せる程度に紹介しておきます。

対数計算とは、2 つの数 $(m,\ A)$ が与えられたとき、A が m の何乗になっているのか、$A = m^{\alpha}$ の右肩にある指数 α を求める計算のことです。 $m > 0,\ m \neq 1,\ \alpha > 0,\ A = m^{\alpha}$ のとき、$f(m,\ A) = f(m,\ m^{\alpha}) = \alpha$ と式を変形して、指数 α を求めます。通常は対数専用の関数記号を用いて $f(m,\ A) = \log_m A = \log_m (m^{\alpha}) = \alpha$ と表します。$\log_m A$ を m を底（base）とする A の対数と言います。

2 つの数が $(m,\ m)$ のとき、 m 自身は m の 1 乗（ $m = m^1$ ）なので、 $\log_m m = \log_m (m^1) = 1$ となります。このとき、$f(m,\ A) = f(m,\ m^{\alpha}) = \alpha$ は $\log_m A = \log_m (m^{\alpha}) = \alpha \log_m m = \alpha \times 1 = \alpha$ と、対数専用の関数記号で書き表されます。

たとえば、$A = 9,\ m = 3$ として、$9 = 3^{\alpha}$ の $\alpha = f(3,\ 9)$ を求めてみましょう。9 は 3 の何乗になっているか、という指数 α を求める問題です。

$9 = 3 \times 3 = 3^2 \therefore \alpha = 2$ と、簡単に求まりますが、ここでは 3 を底とする対数を使い、$\alpha = \log_m A = \log_3 9 = \log_3 (3^2) = 2 \log_3 3 = 2$ と表現します。

別の似たような例をあげます。$16 = 4 \times 4 = 4^2$ ですから、$f(4,\ 16) = \log_4 16 = 2$ となり、また $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ ですから、 $f(2,\ 16) = \log_2 16 = 4$ となります。

「対数化情報量」とは、偏りの種類の数をそのまま扱うと不便なことが多いので、適当な底 m を定めて **$\log_m$(偏りの種類の数)** と加工製品にして扱いましょうという話に過ぎませんが、実際には対数化した方が圧倒的に便利なので、後に、対数化情報量のことを単に「情報量」と呼ぶことになります。今はまだその段階ではないので、「対数化」を省略しないで説明します。

さて、情報量の基本単位を「1」とし、最初に、どのような偏りであっても、1 種類の偏りが持つ基本単位が「1」であると決めましたが、1 種類の偏りが持つ対数化情報量は「$\log 1 = 0$」となります。対数の底（$> 0,\ \neq 1$ ）は何でも構いません。「$\log_2 1 = 0$」、「$\log_e 1 = 0$」、「$\log_{10} 1 = 0$」・・・と、対数の底 m が何であっても $m^0 = 1$ なので、1 種類の偏りが持つ対数化情報量は「$\log_m 1 = 0$」となります。（なお $e = 2.7182818284 \cdots$）

ここで少し困ったことがおきました。情報量の基本単位を「1」としましたが、それは対数化すると「0」になってしまうのです。「0」では何倍しても、あるいは何回足しても「0」のままです。はたして「$\log_m 1 = 0$」を対数化情報量の基本単位としてよいのでしょうか。きっと、ダメなのでしょうが、このままもう少し検討を進めてみましょう。

2 種類の偏りが持つ情報量は「2」です。対数化した情報量は、「$\log_2 2 = 1$」、「$\log_e 2 = 0.693 \cdots$」、「$\log_{10} 2 = 0.301 \cdots$」・・・と、対数の底が何であるかによって異なります。情報理論では底として「2」を使うことが多いので、ここでも「$\log_2 2 = 1$」を使うことにします。

2 を底とすると、2 種類の偏りが持つ対数化情報量は「1」です。

おや、ここで「1」が出てきました。「1」は基本単位の候補です。2 を底とする対数を用いるときは、2 種類の偏りが持つ情報量「$\log_2 2 = 1$」が基本単位となるのではないか。そんな気がしてきましたね。

一般に、$\boldsymbol{m}$ を底とする対数を用いるときは、$\boldsymbol{m}$ 種類の偏りが持つ対数化情報量「$\log_m m = 1$」が基本単位となる、と仮定しておき、後で検討することにしましょう。

3 種類の偏りが持つ情報量は「3」であり、その対数化情報量は「$\log_2 3 = 1.584\cdots$」です。もちろん 2 ではなく、3 を底として情報量「3」を対数化すると「$\log_3 3 = 1$」となります。

仮定 3.1　情報量の基本単位は「 1 」である
対数化すると「 $\boldsymbol{log_m 1 = 0}$ 」である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

仮定 3.2　情報量の基本単位は「 $\boldsymbol{m}$ 」である
対数化情報量の基本単位は「 $\boldsymbol{log_m m = 1}$ 」である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

ここで、対数化情報量を用いる便宜上の理由（どういう便利さがあるのか）のひとつを簡単に述べておきます。

2 種類の偏りを持つ系 A と、3 種類の偏りを持つ系 B を合わせて、新たにひとまとまりの系 C として扱うとき、系 C の情報量（偏りの種類の総数）はどのようになるでしょうか。

系 A の偏りと、系 B の偏りが互いに無関係のとき（これを独立の関係といいます）、両者を併せて全体をひとつの系 C と見るとき、系 C の偏りは「$2 \times 3 = 6$」と掛け算（乗法）で計算して 6 種類となります。系 C の情報量は「6」です。

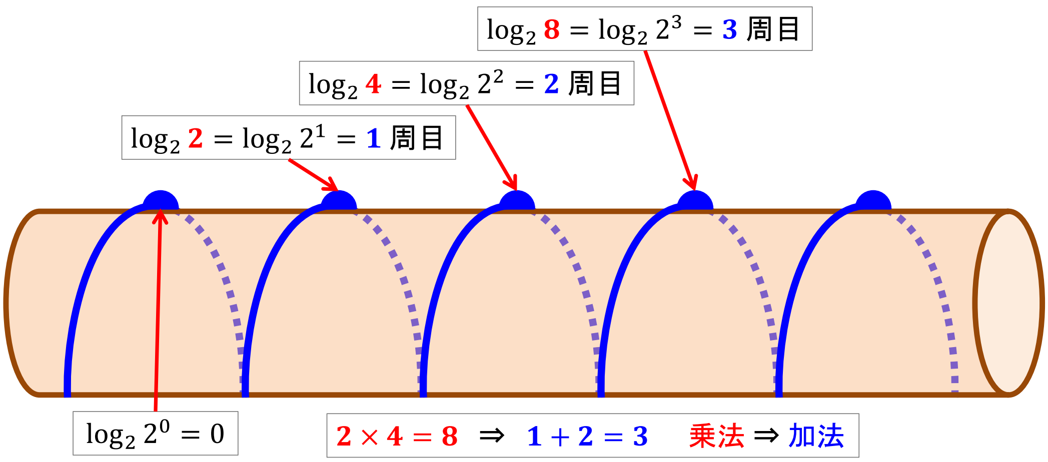
2 を底とする対数化情報量では「$\log_2 2 + \log_2 3$」＝「$1 + 1.58\cdots$」＝「$2.58\cdots$」と足し算（加法）で計算して系 C の対数化情報量を「$2.58\cdots$」と求めます。もちろん、「$\log_2 2 + \log_2 3$」＝「$\log_2(2 \times 3)$」＝「$\log_2 6$」＝「$2.58\cdots$」と乗法を絡めて求めてもかまいません。

少数の系について簡単に計算できるときは乗法でも大丈夫ですが、多くの系について複

雑な計算になると対数化情報量を用いて加法で計算する方がはるかに楽です。そのため対数化情報量を用いて計算します。

「 log 」とは丸太のことです。同じ太さの丸太に紐を巻き、1 周目を「 $2^1 = 2$ 」、2 周目を「 $2^2 = 4$ 」、3 周目を「 $2^3 = 8$ 」とします。1 周目と 2 周目を掛けると 3 周目になっています。

このとき 1 周目の対数は「 $\log_2 2^1 = 1$ 」、2 周目の対数は「 $\log_2 2^2 = 2$ 」、3 周目の対数は「 $\log_2 2^3 = 3$ 」であり、対数計算では、1 周目と 2 周目を足すと 3 周目になっています。乗法が加法に替わるというのが対数計算の大きな利点です。



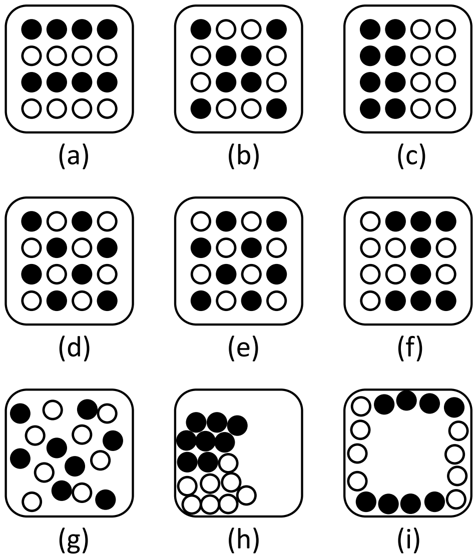
情報理論では基本的に対数化情報量を用いるので、これを単に情報量と呼びます。慣れてくると対数化していない元々の情報量のことをいっているのか、それとも対数化した情報量のことをいっているのかはすぐに識別できるようになります。

ちなみに、2 種類の偏り $\{A_1, A_2\}$ を持つ系 A の偏りと、3 種類の偏り $\{B_1, B_2, B_3\}$ を持つ系 B の偏りが互いに関係しているとき（これを従属の関係といいます)、「$2 \times 3 = 6$」のような単純な掛け算はできません。例えば、同時に存在し得る偏りの組み合わせが「$A_1\,B_1$」、「$A_1\,B_2$」、「$A_1\,B_3$」、「$A_2\,B_2$」の 4 種類しかないとき、系 C の情報量は「4」、対数化情報量は「$\log_2 4 = 2$」となります。

対数を前提とすると、情報量の基本単位は「$1 = \log_2 2$」と定めることになるでしょう。どうして「$0 = \log 1$」は基本単位になれないのでしょうか。後の説明で、確率が情報量を決める仕組みが分かるようになれば、100%の存在確率で 1 種類の偏りだけがあることには、情報としての価値が無いことが理解できるようになります。「$0 = \log 1$」は、新しい情報量の発生が無いことを意味しているのです。

以上、少し面倒な説明を加えました。エントロピーとは何かを理解するために対数の知識は必須ではありませんから、話がよく解らない場合は無視して差し支えありません。

では、平たい箱の中で、黒や白の丸い玉が動き回っている場面を想像して下さい。ある瞬間に、箱の様子が図の（a）～（i）のように玉が静止して観察できたとします。

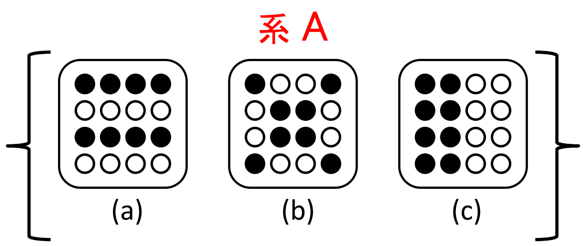


あくまで、人間の目には玉が静止した一場面として見えたということに過ぎず、実際の玉は動き回っていることを忘れないでください。現実の世の中には、静止しているものなど何もないのです。あらゆるものは動き続けています。しかし人間は、静止した世界を想像することができます。（a）～（i）の各静止場面は想像の産物です。

（a）～（i）の各々は 1 種類の偏りを表しています。(d）と（e）は、偏りのない一様な状態に近い分布に見えますが、よく考えると、この箱の中では、完全な対称性を持つ一様分布は原理的に不可能であり、(d）と（e）も偏りのある状態であることが解ります。

つまり、（a）～（i）の各々は、情報量「1」、つまり何らかの偏りを持っています。繰り返しますが、情報量「1」を持っているとは、偏りの種類が 1 種類だということです。

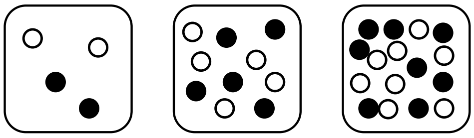
ここで質問です。（a), (b), (c）の 3 種類が集まった系 A があるとき、この系 A の情報量はいくらでしょうか？　系 A の情報量は「1」、「2」、「3」、「それ以外」のどれでしょうか。



系 A の情報量は「3」ではありません。系 A の偏りの種類は 1 種類だけです。(a), (b), (c) の 3 種類が集まっていますが、単に (a)＋(b)＋(c) と合体しただけのことであり、偏りの種類としては 1 種類です。全体の情報量は「$1 \times 1 \times 1 = 1$」となります。このときの対数化情報量は「$0 + 0 + 0 = 0$」です。

どうして情報量は「3」でなく「1」なのか、原点に立って考えてみて下さい。玉の数がどれだけあろうと関係ないのです。現段階で仮定されている定義では、情報とは偏りのことです。そして、「情報量」とは偏りの種類の数です。今は、静止状態の偏りを扱っています。玉の数の多寡は無関係です。

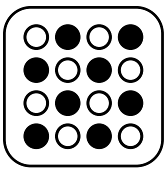
次の (j)、(k)、(l) は、どれも情報量が「1」です。各々、1 種類の「偏り」を表しています。静止状態とはあくまで想像上のものですが、静止しているとき、玉の数は、偏りの種類に関係ありません。



(j)　(k)　(l)

では、もう一度（先に示した図で）、(a), (b), (c) の 3 種類が集まった系 A をよく見て下さい。系 A には偏りが 1 種類しかないということが理解できたでしょうか。「(a), (b), (c) の 3 種類が集まった」という言葉にダマされてはいけません。静止状態では、玉の総数が増えようとも「偏り」は 1 種類だけです。「情報」とは「偏り」のことであり、「情報量」とは「偏りが何種類あるか」のことであり、系 A の情報量は「1」（対数化情報量は「0」）なのです。

次に、紙面に描かれた（モニターに表示された）現物の (e) をじっとよく見て下さい。



(e)

何か動いているのが見えますか？　何かの動きを想像できますか？

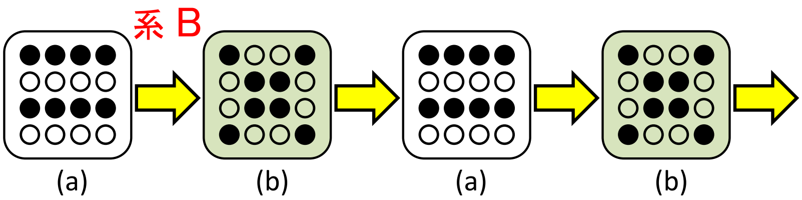
肉眼で実際に見えなくても、現代人は分子の振動、原子核の周りにあるだろう電子の振動を想像することができると思います。現実の物理世界では、絶対的な意味で「静止」しているものなどありません。あらゆるものは動き、変化しています。

箱の中の玉が静止しているかのように描かれた (a) ～ (i) の場面は、私たちの想像上の

ものに過ぎません。絶対的に静止した世界は空想の産物でしかありえません。現実の世界では、どのような「偏り」も、別の異なった「偏り」に変化し続けています。

では、そのような変化を取り入れて情報量の計算方法を考えてみましょう。

例えば、1 秒毎に（a）⇔（b）と 2 種類の静止状態の間で規則正しく変化している系 B の情報量は幾らになるでしょうか。1 秒ってどうやって測るの？ということはここでは考えないで下さい。大切な基本的問題ではありますが、時間とは何かという問題は、エントロピー、熱力学第 2 法則、散逸構造といったものを理解してから再度検討したほうがよいでしょうから、1 秒ごとが分かるという前提で系 B の情報量が幾らか考えて下さい。



系 B の情報量は「2」ではなく「1」です。変化はしていますが、まったく規則的です。系 B の「偏り」は 1 種類しかありません。ある時刻からちょうど 1 秒間（a）を観察したならば、何秒後に（a）を見るか、（b）を見るかは完全に予測できます。

時間軸上の偏りも 3 次元空間軸上の偏りと同じように扱います。時間軸上の決まりきった変化は空間軸上の決まりきった偏りと同じものと見なします。したがって、静止してなく、変化があっても、規則的な変化を延々と繰り返す世界の情報量は「1」となります。どんなに複雑な変化であっても、それが規則的である限り、多様性はなく、偏りの種類は「1」となります。

「偏り」の意味が少しずつ分かって来たのではないでしょうか。「情報とは偏りである」、では、偏りとは何なのか、追求を続けていきましょう。

いま見たように、規則的な変化は新しい別の偏りの発生として数えることができません。また、無理数の小数部分のように不規則であっても「次に何が来るか決まっている確定的変化」は、規則的な変化と同じ扱いになります。決まりきった経時的変化をしているものは、時空間上の静止物と見なせるのです。

$\sqrt{2} = 1.4142135623\cdots\cdots\cdots$　　$e = 2.7182818284\cdots\cdots\cdots$

$\varphi = 1.6180339887\cdots\cdots\cdots$　　$\pi = 3.1415926535\cdots\cdots\cdots$

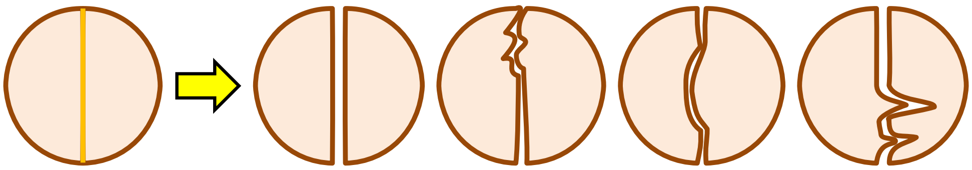
では、次に何が来るか決まっていない不確定的な変化とはどのような変化のことをいうのでしょうか？

それは「確率的な変化」、「次に何が起こるか決まっていないデタラメな変化」のことです。次に何が来るか、確率でしか表すことができないような変化が、確率的にしか予測できない不確定的な変化ということになります。

そして最も重要なことは、確率的な変化を持つ世界だけが「1」より大きな情報量（つまり、「0」でない対数化情報量）を持つことができるということです。先走った説明になりますが、確率的な変化（未来を予測できない不安定性）があって初めて、世界は豊かで色鮮やかになります。その豊かさを表す指標が「エントロピー」です。仏教の「無常」は、はかない、わびしい、むなしいイメージを持つ言葉ですが、実際には、この「無常」があるからこそ世の中は変化が豊かでおもしろくなっているのです。盛者必衰の無常の世界であればこそ、短い人生、おもしろく生きて行くことができるのです。

今風にわかりやすく言いかえると、これまで見てきた、静止している、または決まりきった変化をしている偏り（時空間上の静止状態）は「**硬い偏り**」と言えます。それに対して、確率的に変化する偏りは「**軟らかい偏り**」と言えます。生物では、遺伝子の確率的な不安定性の中から環境変化に対する柔軟な適応性が生まれています。

「軟らかい偏り」の身近な例として、クッキーを割ることを考えてみましょう。とても小さなクッキーの真ん中に割線が入っています。とても小さな両手でクッキーを1枚持ち、割線のところで割ることを繰り返すとします。するとクッキーはいろいろな割れ方をします。このとき、割線の近傍は「予測できない確率的な変化が多く起こる部分」であり、そうでないところは「変化の無い部分」と見ることができます。



そうすると、確率的変化の起こる割線のあたりは、豊富な情報（いろいろな偏り方）を発信できるということに気づかれると思います。繰り返し注意しておきますが、ここでは「意味＝高次情報」のことは考えないで下さい。どのような割れ方に、どのような意味を持たせるかは別問題です。ここでは単に「情報＝偏り」です。確率的変化はいろいろな偏りをデタラメに作り出すことができます。

確率的変化がないと、このような偏りは一切作り出せません。「1」を超える情報量は不規則で予測できない確率的変化でのみ生み出されます。決まりきった変化は、どんなに複雑でも、それは1種類の偏りに過ぎず、情報量は「1」です（対数化情報量は「0」です）。

何も起こらない1枚のクッキーの情報量は「1」です。そのクッキーを割る時に「デタラメな新しい偏り」が作り出されます。新しい偏りも、それ自体は情報量「1」です。2 枚目

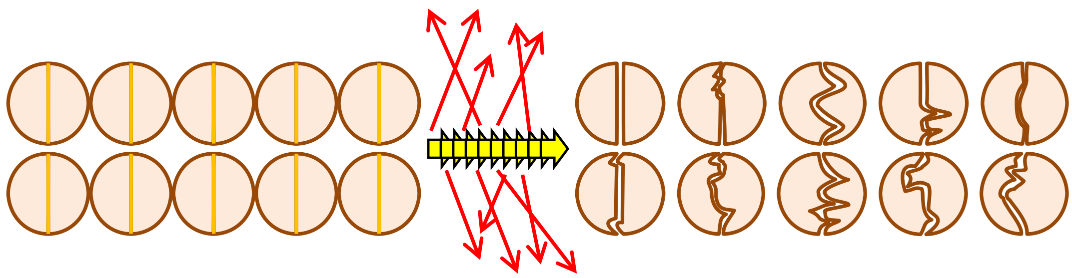
のクッキー（最初の 1 枚目と完全に同一のもの）を割ると、1 枚目を割った時とは異なる割れ方をするでしょう。その情報量も「1」です。

現実のクッキーは莫大な数の原子や分子の集合体であり、割る時には莫大な回数の確率的過程が進み、莫大な量の新しい情報が発生しているはずです。そこでここでは、割るたびに情報量が「1」しか発生しないような仮想的なミクロのクッキーを使った思考実験をして、確率的過程で新しい情報が発生する様子を説明しています。

こうして、クッキーを割るたびに新しい情報量「1」が発信されることになります。10 枚クッキーを割ると、そこには丸いクッキーとは異なる偏りが 10 種類示されることになります。10 枚割り続ける行為によって情報量は合計「10」生まれます。

ところで、割れた 10 枚のクッキーを一面に並べた状態が持つ情報量は「1」です。割れていないクッキー10 枚を並べた全体の情報量も「1」でした。これはおかしな計算になりました。$1 + 10 = 1$ となっています。

割るという行為を行ったとき、つまり確率的な決定が行われたときに新しい情報量「1」が次々と 10 回生まれました。この生まれた情報量「10」の情報（偏り）は、どこに行ったのでしょうか？「10」は生まれてすぐに消えたのでしょうか？



10 回の確率的変化で生まれた情報量「10」は、その場から消えたように見えますが、実際は周囲に拡散し続けています。クッキーにおいて「新しい情報（偏り）が生まれ、それまでにあった古い情報（偏り）と入れ替わっていく」という変化が、音速で、あるいは光速で、周囲に伝わり、拡散し続けているのです。宇宙の果てまで。

割れたクッキー10 枚は、生まれた情報量「10」の情報（偏り）全体ではありません。私たちは、情報量「10」の情報（偏り）の一部を割れた 10 枚に見ているにすぎません。クッキーが割れたときに発生した新しい偏り（新しい情報の出現）は、クッキー断面の分子配置を変えてクッキーを左右に分断しただけでなく、空気の分子分布を変えて音となり、周囲に伝わります。偏りの変化はクッキーのみにおいて生じるのではなく、宇宙全体が、クッキーの上で起こった 1 回の確率的決定のために偏り具合を変化させるのです。割れたクッキー10 枚は、情報量「10」の情報（偏り）の一部なのです。クッキーが割れることによ

る偏りの変化がすでに終了した部分に過ぎません。クッキーから遠く離れたところで偏りの変化の伝播はまだ進行中なのです。

大袈裟に聞こえるかもしれませんが、クッキー1 枚を割ることにより、宇宙全体の分布の偏り方が、新しい別種の偏り方に変化したのです。それを 10 回繰り返すことで発生した情報量「10」は宇宙全体に配られ、宇宙全体の情報量を「＋10」増加させ続け、最終的には宇宙全体に拡大したところで消滅する（規則的な変化になってしまう）と考えることができます。

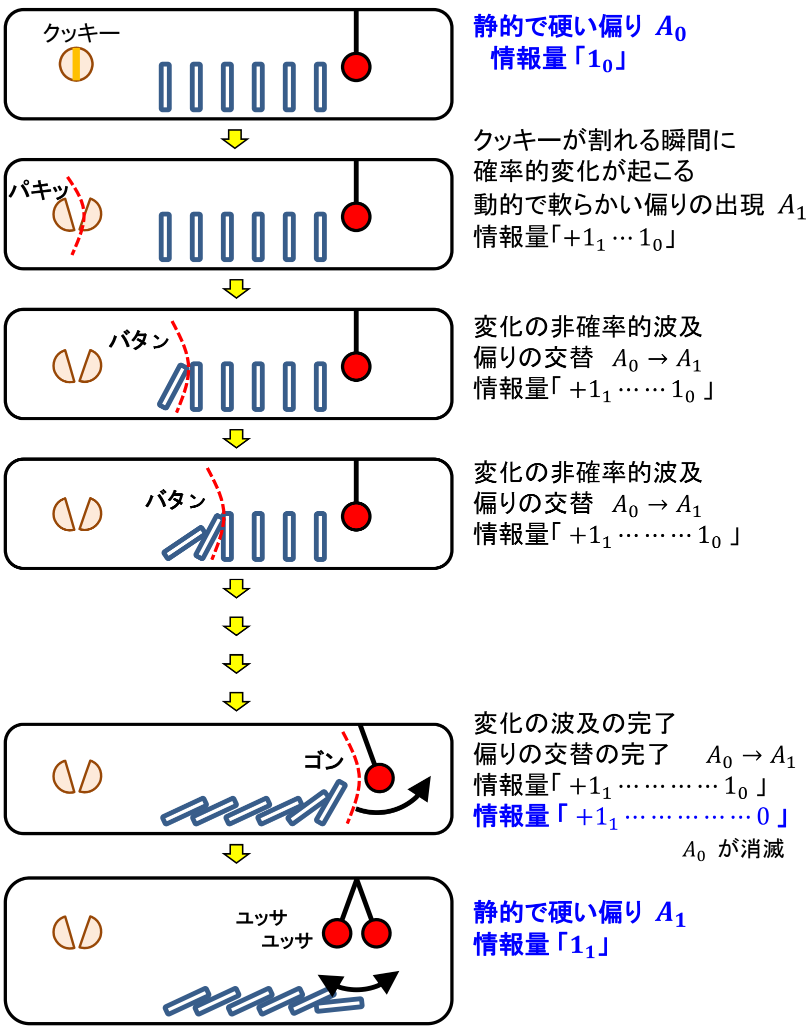
もちろん瞬時に宇宙の果てまで情報（偏り）が拡散するわけではありません。現実のクッキーを割る場合は、空気密度の偏りを変えた場合は音速で拡散し、光を発した場合は光速で拡散します。質量分布の変化は、たぶん重力波の速度（光速？）で拡散するのでしょうか。

つまり、すぐに$1+10=1$ になるのではなく、1 回目：$1_0+1=\ +1_1\cdots 1_0$ 、2 回目：$1_0+2=+1_2\cdots+1_1\cdots 1_0$ 、3 回目：$1_0+3=+1_3\cdots+1_2\cdots+1_1\cdots 1_0$ 、・・・・・・、10 回目：$1_0+10=+1_{10}\cdots+1_9\cdots+1_8\cdots+1_7\cdots+1_6\cdots+1_5\cdots+1_4\cdots+1_3\cdots+1_2\cdots+1_1\cdots 1_0$ と、クッキーを割ることで生じた新しい「$\cdots+1_n$」はドンドン遠くへ離れて行くのです。何十億年？以上経てば、1 回目の「$\cdots+1_1$」が宇宙の果てに行き渡り最初の「$\cdots 1_0$」は消えて無くなります。続いて 2 回目の「$\cdots+1_2$」が宇宙の果てに行き渡ると「$\cdots+1_1$」も消えて無くなります。最終的には、すべての「+1」が宇宙の果てにたどり着いて変化が完了し、$1_0+10=+1_{10}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 0$ つまり、$1+10=1$ になります。イメージできるように図示しながら説明します。

まず、クッキーを 1 枚だけ割る時の様子を図で示します。完全に静止し、あるいは決まりきった動きしかない世界を A_0 とします。情報量は「1」です。 A_0 の 1 ということがわかるように「 1_0 」と表記しておきます。

確率的変化が起こるのは、クッキーが割れる瞬間だけです。その瞬間だけ、どんな割れ方をするか予測できない状態になり、確率的決定が行われます。新しい偏り方の選択が決まると、その変化は周りに波及していきますが、波及によって生じる変化は非確率的変化です。それはクッキーがどのような割れ方をしたかで決まり、クッキーの割れた結果が分かれば予測可能な変化です。予測可能な変化ではありますが、硬い偏りにあるような決まりきった変化とは異なります。クッキーが不規則に割れるという確率的決定に依存する一回きりの変化です。そこで、クッキーが割れること（新しい情報の発生）と、それによる一連の変化（情報の伝達）を併せて、切り離せない一連の確率的過程であると見なし、動的で軟らかい偏りとして扱います。しかし、実際の確率的選択の決定はクッキーが割れる瞬間だけに起こる出来事です。

クッキーが割れる瞬間のように確率的変化が生じる場面を、一般的に「摩擦（まさつ）」と呼ぶことにします。



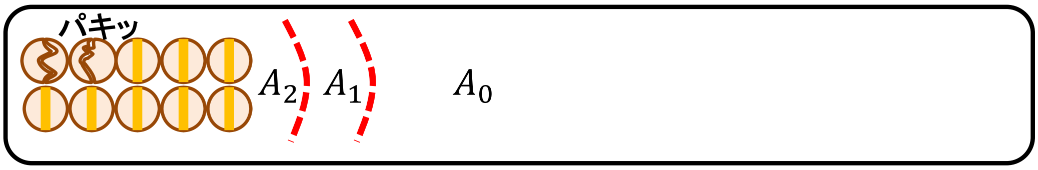
次にクッキーを 10 枚続けて割る時の様子を図示します。

繰り返しますが、完全に静止し、あるいは決まりきった動きしかない世界を A_0 とします。情報量は「1」です。現段階では、静止した（あるいは決まりきった変化しかしない静的な）偏りが 1 種類であることを情報量「1」としています。 A_0 の 1 ということがわかるように「 1_0 」と表記しています。

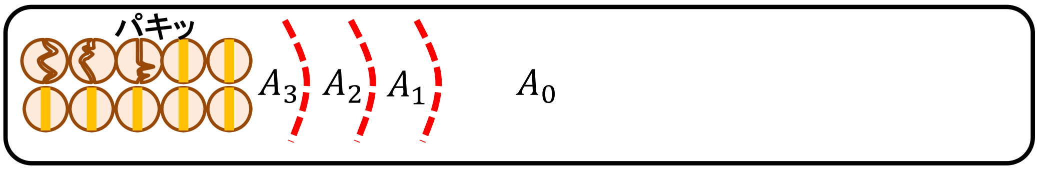
クッキーの 1 枚目が割れ、（摩擦により）確率的変化が生じます。新しい偏り A_1 が発生します。クッキーが割れることに伴う変化が周囲に伝わっていきます。これは確率的決定の影響（伝播、伝達、波及）であり、非確率的変化です。もちろん、現実には他の確率的変化を誘発することが多いのですが、現段階では考えません。クッキーが割れるという確率的変化の影響が周囲に波及し、偏りは A_0 から A_1 へ入れ替わっていきます。

この世界の情報量は「$+1_1 \cdots 1_0$」＝「2」です。偏りの種類が 2 種類という意味です。新しく発生した情報量の「1」に「+」記号を付けています。

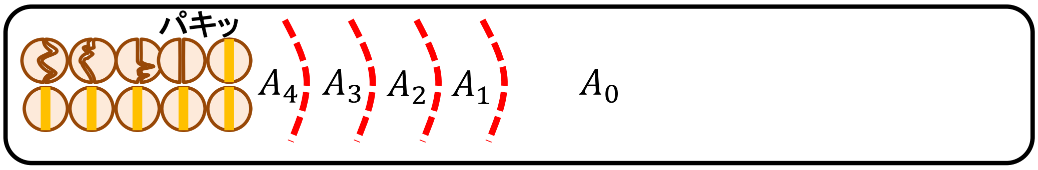
A_0 も A_1 も、世界全体を占めているわけではなく、大きさが中途半端です。それでも情報量は各々「1」です。情報量とは偏りの種類が幾つあるかであって、大きさは関係ありません。玉の数が多くても少なくても情報量は「1」であったことを思い出して下さい。2 種類の偏りが世界を二分している状態です。



クッキーの 2 枚目が割れ、確率的変化が生じます。新しい偏り A_2 が発生します。この世界の情報量は「$+1_2 \cdots +1_1 \cdots 1_0$」＝「3」です。

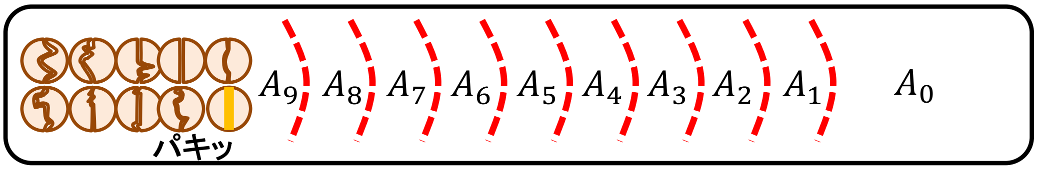


クッキーの 3 枚目が割れ、確率的変化が生じます。新しい偏り A_3 が発生します。この世界の情報量は「$+1_3 \cdots +1_2 \cdots +1_1 \cdots 1_0$」＝「4」です。

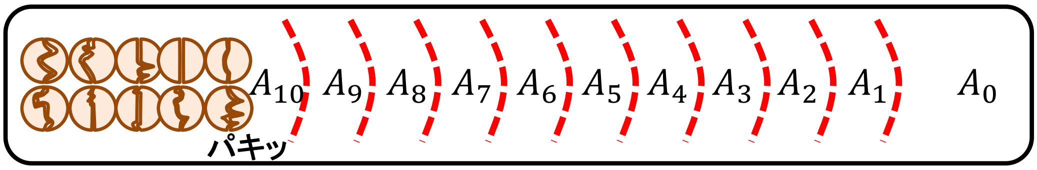


クッキーの 4 枚目が割れ、確率的変化が生じます。新しい偏り A_4 が発生します。この

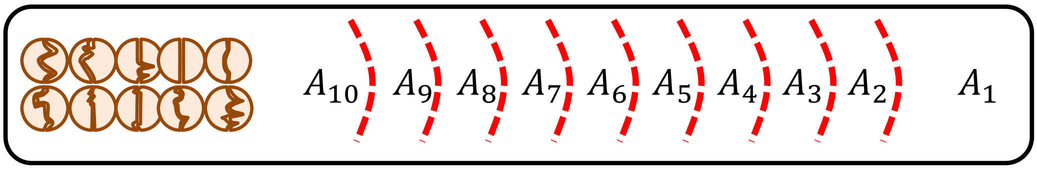
世界の情報量は「$+1_4 \cdots + 1_3 \cdots +1_2 \cdots +1_1 \cdots 1_0$」＝「5」です。クッキーの 5 枚目から 8 枚目までは図を省略します。



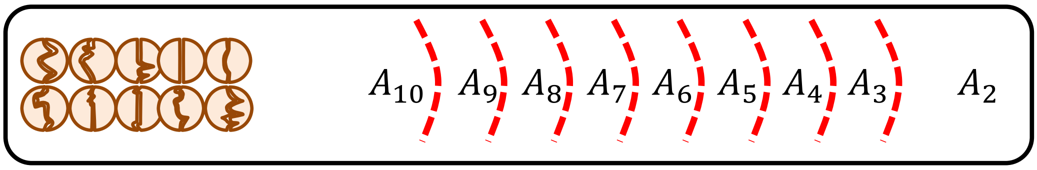
クッキーの 9 枚目が割れ、確率的変化が生じます。新しい偏り A_9 が発生します。この世界の情報量は「$+1_9 \cdots + 1_8 \cdots + 1_7 \cdots +1_6 \cdots +1_5 \cdots + 1_4 \cdots + 1_3 \cdots +1_2 \cdots +1_1 \cdots 1_0$」＝「10」です。



クッキーの 10 枚目が割れ、確率的変化が生じます。新しい偏り A_{10} が発生します。この世界の情報量は「$+1_{10} \cdots + 1_9 \cdots + 1_8 \cdots + 1_7 \cdots +1_6 \cdots +1_5 \cdots + 1_4 \cdots + 1_3 \cdots +1_2 \cdots +1_1 \cdots 1_0$」＝「11」です。



偏り A_1 が世界の果てに到達し、A_0 は他の新しい偏りに覆い尽くされて消えます。世界の情報量は「11」から「10」へ減ります。



偏り A_2 が世界の果てに到達し、A_1 は消えます。このあたりの順序はどうでもよいのですが、順番に消えるように説明しておきます。同じように偏り A_3 から A_8 まで消えていったとします。もちろん、宇宙が十分に小さければ、情報量は「11」に到達できずに減り始めます。

A_0から A_8 まで消え、残りは A_9 と A_{10} のみになりました。このとき世界の情報量は「$+1_{10}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+1_9$」=「2」です。やがて偏り A_{10} も世界の果てに到達し、A_9 が消えます。

全世界が偏り A_{10} に覆われます。世界の情報量は「$+1_{10}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+0$」=「1」です。 A_{10} は硬い偏りになります。軟らかい偏りはすべて、生まれ、消えていきました。クッキーが続けて 10 枚割れることにより、全体として A_0 は A_{10} に替わります。情報量は「1」から「11」へ増えた後、「1」へ減ります。

エントロピーを理解したくて読み始めたのに、取るに足らないちっぽけな変化が巨大な宇宙全体に拡散していくような話が出てきて、このまま本説明を読み続けて大丈夫なのかと心配される読者もいらっしゃるでしょうが、どうぞ安心して下さい。宇宙は案外小さいものだ、10 億年なんて一瞬だと思えばよいのです。

しかし、そういう風に考えるのが苦手な人のために、熱力学では閉鎖系や開放系という概念を用意します。「閉鎖系」とは、系の内部と外部との間で一切エネルギーのやり取りがない（つまりこれは、情報のやりとりが全くないということと同じ意味だということが、あとでエントロピーとエネルギーの関係を知れば、解るようになります）、そういう仮想的な系のことです。独立系（自給自足系）と言い換えてもよいでしょう。

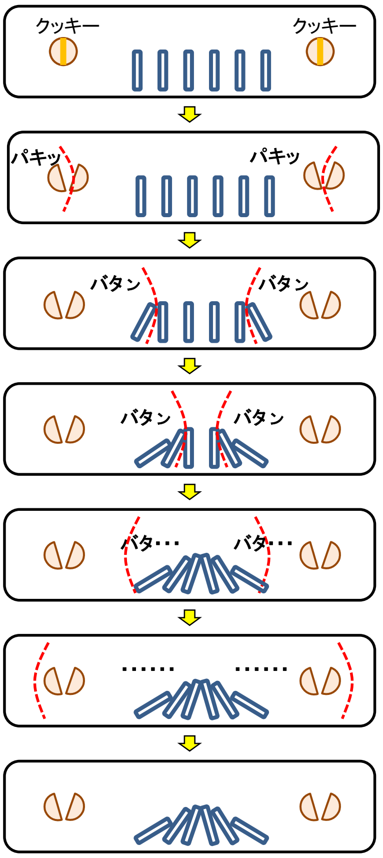
閉鎖系は、現実の宇宙には存在しない系です。広大な宇宙全体での変化の進行状態をすべて扱うのは大変なので、極微小の閉じた世界、つまり、すべての変化がその小さな世界の中で完結するような独立した小宇宙を想像し、その閉鎖系の中で、変化が始まり、終了する（平衡状態になる）様子を取り扱おうという思考実験の場です。

他方、「開放系」とは、現実の宇宙の、任意の部分的な空間のことです。宇宙のどのような部分もお互いに関係しあっていて、系の内部と外部との間でエネルギーのやり取りが行われています。

現実には、宇宙の果てまで直接影響を及ぼすことができるのは光くらいであり、そのほ

かの直接的変化は、せいぜい数ミリメートル以内の中で消えてしまいます。むしろ他の間接的変化に変わって周囲に影響を伝播していきます。

カオス理論のバタフライ効果を知っている方は、それを連想すれば分かりやすいでしょう。ほとんどの小さな確率的変化は、周囲の莫大な数の変化にかき消されて見えなくなりますが、実際の影響は宇宙全体に与えており、時には決定的に大きな変化の原因となることもあるのです。



さて、確率的変化が起こるときに発信される情報は、それを受け取る仕組みがあるときには、直接捉えることができます。簡単な仕組みでかまいません。クッキーの割れる音がするたびに、人間が数字を 1 ずつ加えていくような仕組みでもかまいません。人間は最終的に「10」を得るでしょう。そして、10 回分だけ、宇宙の偏り方が変化した（クッキーで新しい偏り方が確率的に決まり、古い偏り方が新しい偏り方に入れ替わっていく変化が宇宙全体に向かって波及している）と理解するのです。

割れたクッキー10 枚を見て、「誰かがクッキーを 10 枚割った」と推測し、そういう情報が割れたクッキー10 枚にあると見なすのは、人間の脳の働きによるものです。割れ終わったクッキー10 枚の持つ情報量（偏りの種類の多さ）は「1」です。割れてしまったクッキー10 枚に、もう情報量「＋10」はありません。割れている最中にクッキーからの情報発信は

終わっているのです。発信された「＋10」の情報（偏りの変化）は宇宙旅行中です。

もっともこれは、「静止世界」があるという想定の下での話であり、現実的計算では、クッキーを宇宙全体とは繋がりのない閉鎖系だと考えて、割ることによって偏りの変化はクッキー自身の中で完了したと考え、割れた 10 枚のクッキー自体に「＋10」の（最初で、かつ最終的な）行き場所を求めることになります。

こうしてみると、情報とは何かという問いに答えた最初の仮定は、次の 2 つに分けたほうが良いでしょう。確率的変化で発生する新しい偏りを「**動的情報**」と呼ぶことにします。$1 + 10 = 1$ の「＋10」が動的情報です。やがて、この動的情報のことを、これまでの静的情報に替わって、単に情報と呼ぶことになります。動的情報とは何か、今はまだあいまいですが、検討が進むにつれて厳密にしていきます。

仮定 1.1　情報とは偏りのことである

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

仮定 1.2　動的情報とは確率的に変化している偏りのことである

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

情報量については、仮定 1.1 に仮定 3.1 が対応し、動的情報量については、仮定 1.2 に仮定 3.2 が対応します。変化が何もなければ、動的情報量は「0」であり、意味がありません。最少でも情報量「2」が必要です。静的な偏り A_1 から別の静的な偏り A_2 に向かって変化していますよ、と少なくとも 2 種類の偏りが必要です。仮定 3.2 は次のように書き足しておきましょう。（単位の大きさについては「最小」の字を当てています）

仮定 3.2　動的情報量の基本単位は「 $\boldsymbol{m}$ 」である
最小基本単位は「 2 」である
対数化動的情報量の基本単位は「 $\boldsymbol{log_m m = 1}$ 」である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

生まれても消えていく儚い（はかない）「動的情報」を使って、幾つかの説明を変更しておきましょう。

「多数の要素から成る系において、要素の分布の偏り、つまり要素同士の相互関係・位置関係の偏りが情報であり、偏りの確率的変化が動的情報である」と定義に追加しておきます。これが情報および動的情報の最も根源的な定義であり、この定義による「情報」、特に「動的情報」は「構造」、「秩序」、「組織」といった言葉の同義語です。あらゆるもの（こと）は、動的情報であり、生まれ、消えていくのです。しかしまだ、これは最終的な定義ではありません。確率的変化とは何かをもっと追究していきます。

もし確率的に変化しない偏りがあれば、それを静的偏り（静的情報）と呼ぶのでしょうが、現実の世界には存在しません。人間の脳が想像する仮想的存在です。あたかもそういうものが在るかのごとくに想定すると説明しやすいので、ここでも用いています。

ここで、この動的情報という考え方を使った解釈の例を紹介します。

どんなに美しい絵でも、それがもはや確率的変化の起こっていない静止した絵ならば、それは残骸にすぎません。情報量は「1」（対数化すると「0」）です。画家が絵をかくという行為を行っている最中にのみ、新しい情報が次々と発せられ、絵描きが終わった後に残っているものは、情報を生み出した後の残骸であって、情報量は「1」です。

では、美しい絵画を見て、私たちが感動するときに、私たちは絵画から何も情報を得ていないのでしょうか？

いえ、きちんと情報を得ています。絵そのものは、画家の手による情報発信の終わった残骸ですが、同時にそれは「情報発信の鋳型」のような機能を獲得したのです。

絵に光が当たると、絵に当たる前の光が持っていた偏りは、絵画表面の絵の具の状態によって様々な確率的変化を受けることになります。それを摩擦と呼ぶことにしました。その変化が動的情報の発信（偏りの確率的変化）です。そこで生まれた動的情報は宇宙全体に向かって拡散し始め、人間の目にも動的情報を伝達するのです。

絵画は鋳型であり、外から光が当たるたびに、動的情報発信を繰り返します。光がなければ、私たちは絵を見ることはできません。どのような光が当たるかによって、絵は異なる情報を発信します。

サイコロを振って目が出るときに動的情報が発生します。サイコロを振ると 1 から 6 のどれかに目が決まります。確率的に不確定なものが決まる瞬間に動的情報の発信が行われます。転がって「5」や「6」と定まったものは、情報発信後の残骸です。目が決まったサイコロそれ自身は、もはや新たな情報発信はしません。目の「5」が勝手に「6」に変わるようなことはありません。1 ～ 6 のどれかが出るという確率的変化は既に終了しているの

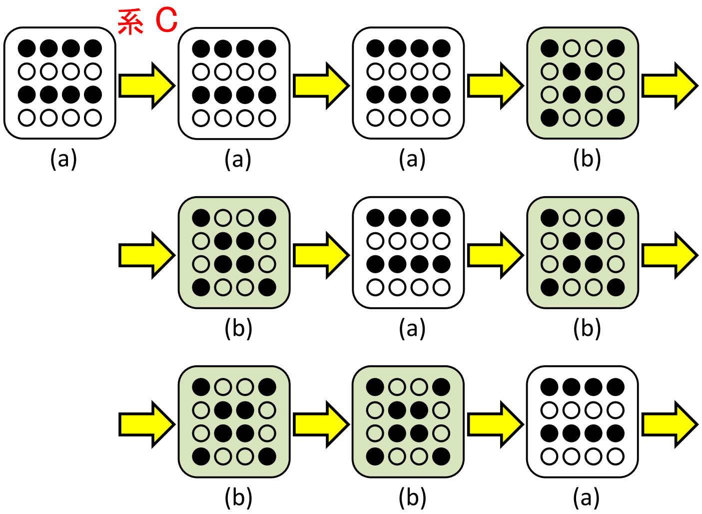
です。

しかし、サイコロに光を当てると、サイコロは鋳型として働き、「5」の目が出たサイコロならば、光が当たるたびに、光を確率的に変化させ、非常に大きな確率で「5」を表示させ続けます。ここで新たにサイコロを振れば、もちろん新しい情報発信（1 ～ 6 のどれかが出る）が起こります。動的情報発信の瞬間にサイコロがどのような状態にあるのかは、もう少し後で検討します。

3. 動的情報量とは何か？

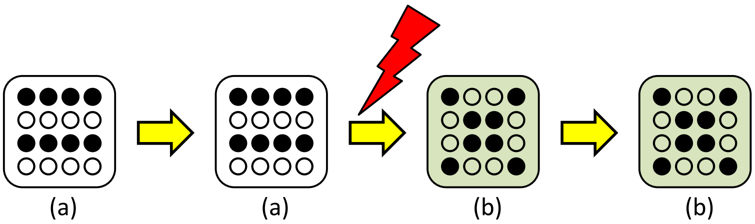
仮定 1.2、仮定 2.2、仮定 3.2 によって示される動的情報の多さを表す動的情報量について、その求め方（計算方法）などを調べてみましょう。

例えば、1 秒毎に（a）または（b）がランダムに出現するが、各々の出現確率は $\frac{1}{2}$ であることが分かっている系 C の情報量や動的情報量がいくらになるか考えてみて下さい？



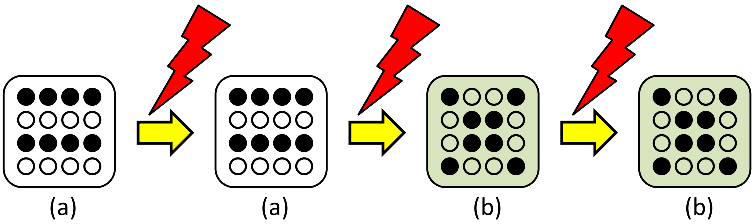
次のような考え方も可能ですが、おそらく間違っている（うまく行かない）と思われます。

系 C の情報量は「1」のままである。1 秒毎に出現する偏りが同種類のときには何も起こらない。偏りの種類が変わる時のみに動的情報量が発生する。動的情報量の大きさは、どのように決めようか？・・・・・



このような考え方が間違っているのは、(a) → (a) も、ひとつの確率的決定だからです。「1 秒毎に (a) または (b) がランダムに出現する」となっていますね。しかも、それは等確率だとのこと。次のように考えるべきでしょう。

系 C の情報量は「1」のままである。1 秒毎に動的情報量が発生する。動的情報量の大きさは・・・・・・偏りは (a), (b) の 2 種類あるが、どちらも等確率だから、おそらく「2」という数字を使って計算するのだろうか？・・・・・

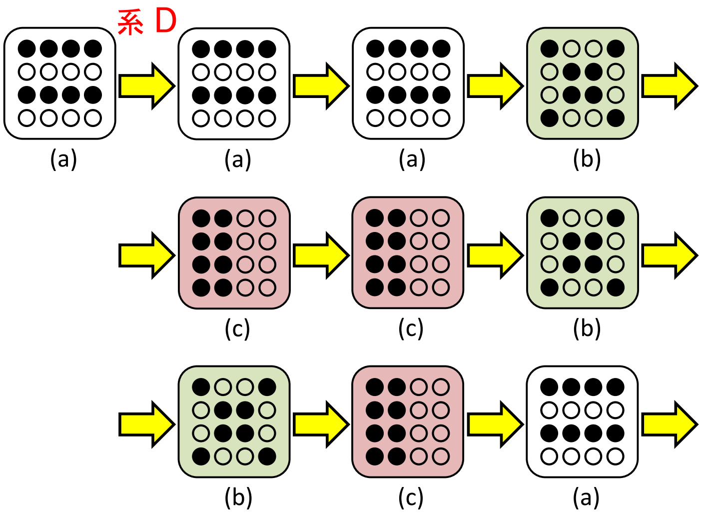


一般的には、偏りの変化が等確率で n 通りあるときの動的情報量を「 n 」、対数化動的情報量を「 $\log n$ 」とすることが素直な決め方なので、系 C は 1 秒毎に動的情報量「2」、対数化動的情報量「 $\log 2$ 」を発生していると考えることにしましょう。このとき 2 を底とする対数化動的情報量は「$\log_2 2 = 1$」となります。はたして、このような素直な（?）決め方で良いのか検討していきましょう。

仮定 4.　等確率の偏り変化が n 通りあるときの動的情報量は「 n 」である
対数化動的情報量は「 $\log n$ 」である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

同じように考えると、1 秒毎に (a)、(b)、(c) がランダムに出現するが、各々の出現確率は $\frac{1}{3}$ で、等確率であることが分かっている系 D が 1 秒毎に発生する動的情報量は「3」、対数化動的情報量は「$\log 3$」＝「$\log_2 3 = 1.58\cdots$」＝「$\log_3 3 = 1$」となります。



では、確率が等しくないときは、どのように計算すればよいでしょうか？

その前に｛一般的には、偏りの変化が等確率で n 通りあるときの動的情報量を「 n 」、対数化動的情報量を「 $\log n$ 」とすることが素直な決め方である｝とした部分を少し深く掘り下げておきましょう。

確率的現象は、勝手に起こるものではありません。決まり方がランダムで勝手であるというだけのことです。エネルギーを使わないと（自由エネルギーを消費しないと）確率的現象を起こすことはできません。つまり、確率的現象が起これば、そこではエネルギーが使われている（自由エネルギーが消費されている）ということです。確率的現象が起こる場面を摩擦（まさつ）と呼ぶのが良いだろうと考えられます。例で説明します。

箱の中に、黒玉が 2 個と白玉が 8 個入っているとします。箱の外側から玉の色を見ることはできません。箱の上に小さな穴があり、手を入れて玉を 1 個ずつ取り出すことができます。玉を 1 個取り出すと、すぐに補充され、黒玉は 2 個のまま、白玉は 8 個のまま保たれるとします。箱の中の玉は無限数に近くあると考えてもかまいません。

箱から取り出す玉が黒いか白いかは、確率的現象です。玉を 100 個取り出せば、20 個前後は黒玉に、80 個前後は白玉になるでしょうが、確率的現象ですから、多少のズレは生じるでしょう。このとき、次のように考えることは不合理でないと納得できると思います。

まず、手を入れて玉を取り出すという仕事をしなければ、この確率的現象は 1 回も起こりません。つまり、エネルギーを使って（自由エネルギーを消費して）手を入れ、玉をつかみ、取り出すという作業（仕事）をしない限り、確率的現象は何も起こらないということです。決まり方が確率的であるというだけのことです。

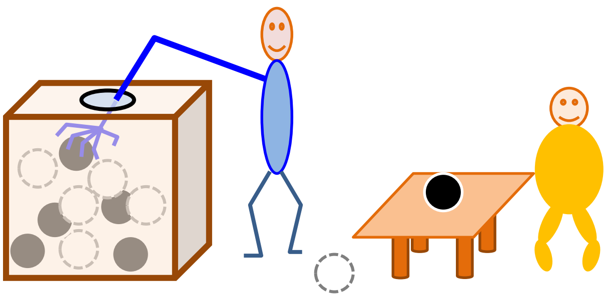
誰かがサイコロを振らない限り、何の目も出ないということです。世の中は確率的現象

だらけですから、神は汗を流してサイコロを振りまくっているのです。逆に言えば、確率的現象が起こっている所では、必ずエネルギーが使われている（自由エネルギーが消費されている）といえます。

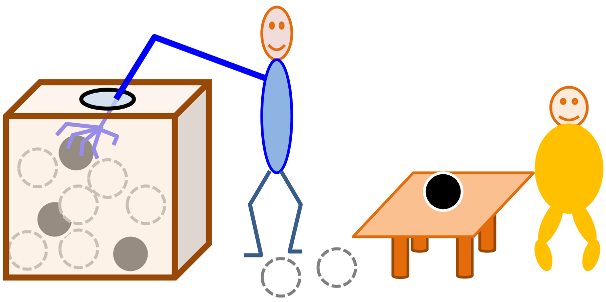
第二に、箱（黒 2：白 8）から黒玉を取り出すためには、白玉を取り出すときの約 4 倍の仕事をしなければならないということです。出現確率 $\frac{1}{5}$ を実現するためには、出現確率 $\frac{4}{5}$ を実現するときの 4 倍のエネルギーを使う（自由エネルギーを消費する）のです。

問題は、自然界で出現確率 $\frac{1}{5}$ の現象が出現したときに、出現確率 $\frac{4}{5}$ の同種の自然現象出現時の 4 倍のエネルギー（正確には自由エネルギー）を実際に要しているのか？ということです。

まず、等確率の場合から検討しましょう。箱の中には黒玉 5 個、白玉 5 個が入っているとしましょう。

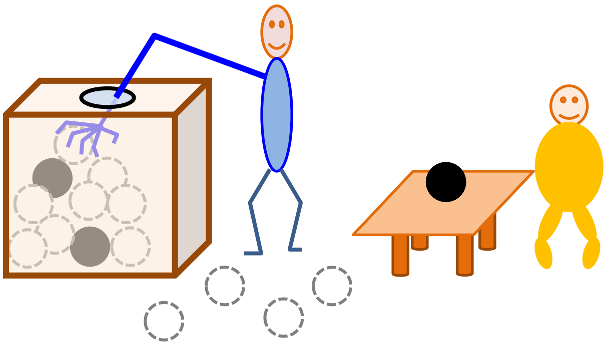


王様が家来に、「とにかく黒い玉だけをドンドン王に寄こせ」と命じました。家来は箱（黒 5：白 5）に手を入れ、白い玉が出たときはそれを捨て、黒い玉が出たときに王様に渡します。玉を箱から 1 個取り出す仕事を「仕事 1 単位」とすれば、1 個の玉を王様に渡すためには 2 単位の仕事が必要です。この「2」は箱から黒玉の出る確率 $\frac{1}{2}$ の逆数になっています。



次に箱の中身を（黒 3：白 6）に変更しましょう。同じく王様が「黒玉だけドンドン寄こせ」と命じたとします。家来は黒玉 1 個に対し白玉 2 個を捨てることになります。王様に渡す玉 1 個あたりに必要な仕事は 3 単位になります。この「3」は箱から黒玉の出る確率 $\frac{1}{3}$ の逆数になっています。

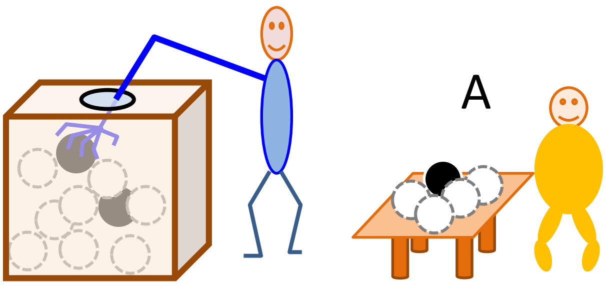
では、さらに箱の中身を（黒 2：白 8）に変更します。



王様が家来に、「とにかく黒い玉だけを王に寄こせ」と命じました。家来は箱（黒 2：白 8）に手を入れ、白い玉が出たときはそれを捨て、黒い玉が出たときに王様に渡します。王様が「白い玉だけを寄こせ」と命じたときの約 4 倍の仕事になります。

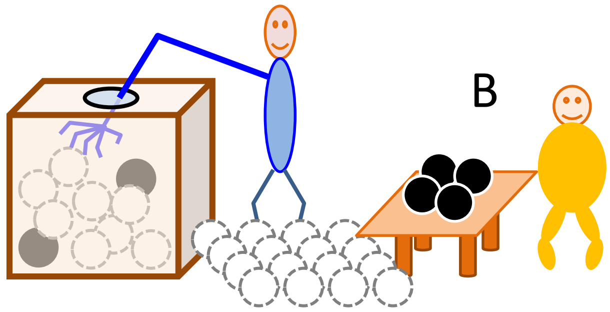
出現確率が小さいほど、それを出現させようとすると、より大きな仕事を必要とします。必要な仕事の大きさは、自然な出現確率の逆数と比例しているように見えます。

では、同じ箱（黒 2：白 8）について、少し王様の注文を変えて検討してみましょう。(A)～（G）の 7 通りを調べます。

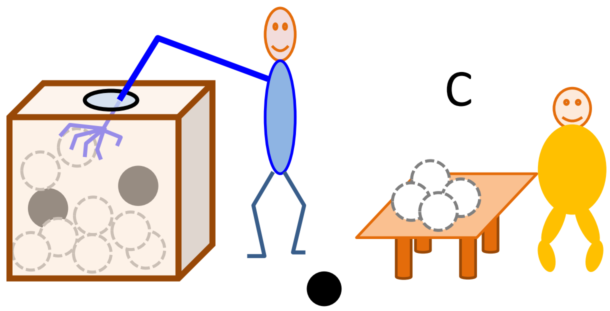


（A）王様から「黒玉と白玉を、1 対 4 の比で渡せ」と命じられたとき、家来の仕事は一番楽になります。箱の中の玉は常に（黒 2：白 8）＝（黒 1：白 4）の比で入っていますから、そのまま 1 個、1 個、と取り出せば、王様の望む通りになる可能性が大きいです。一時的に黒が多くなったり、あるいは白が多くなったりしても、補正のために玉を捨てるようなことはしなくてよいでしょう。そのまま続けて玉を出して行けば（黒 1：白 4）の比率に戻ります。これを**大数の法則**と呼ぶようです。4 個の玉を出すには 4 単位の仕事が、5 個の玉を出すには 5 単位の仕事が必要です。王様に渡す玉 1 個あたりの仕事は 1 単位です。

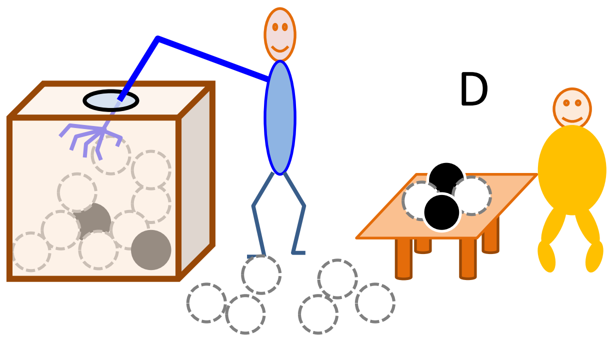
いや、むしろこの場合は、箱をひっくり返すだけで良いので、仕事はもっと小さくて済みます。それは後で検討します。(A）は箱をひっくり返すだけでいい、と覚えておいてください。



（B）次に、王様が「黒玉だけをドンドン寄こせ」と命じたとします。1 個の黒玉につき、4 個の白玉を捨てることになります。1 個の黒玉を出すのに必要な仕事は 5 単位です。箱から黒玉が出る確率は $\frac{1}{5}$ ですが、その逆数 $\frac{1}{(1/5)} = 5$ が必要な仕事になっています。王様に渡す玉 1 個あたりの仕事は 5 単位です。4 個の黒玉だと 20 単位になります。

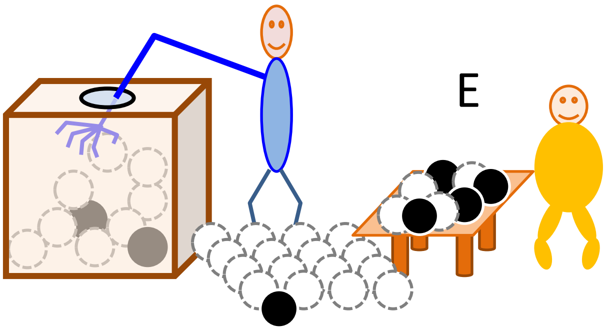


（C）次に、王様が「白玉だけをドンドン寄こせ」と命じたとします。4 個の白玉につき、1 個の黒玉を捨てることになります。4 個の白玉を出すのに必要な仕事は 5 単位になります。1 個の白玉だと $\frac{5}{4}$ 単位です。箱から白玉が出る確率は $\frac{4}{5}$ ですが、その逆数 $\frac{1}{(4/5)} = \frac{5}{4} = 1.25$ が必要な仕事になっています。王様に渡す玉 1 個あたりの仕事は 1.25 単位です。



（D）次に、王様が「黒玉と白玉が同数になるように寄こせ」と命じたとします。1 個の黒玉につき捨てる白玉が 4 個ありますが、そのうちの 1 個を捨てないで王様に渡すと、「黒玉 1 個、白玉 1 個、捨てる白玉 3 個」という組み合わせになります。王様に渡す 4 個の玉

（黒 2 と白 2）につき、6 個の白玉を捨てることになります。4 個の玉（黒 2 と白 2）を王様に渡すためには箱から 10 個の玉を出す必要があり、仕事は 10 単位になり、王様に渡す玉 1 個あたりの仕事は $\frac{10}{4} = 2.5$ 単位です。もし王様に 8 個の玉（黒 4 と白 4）を渡すときは 20 単位になります。



（E）同じく、王様が「黒玉と白玉が同数になるように寄こせ」と命じたとしますが、一度捨てた玉を拾い直すようなことはできないものとします。先を見ながら労力を節約できないバカな家来だと考えて下さい。（B）と（C）を単純に足すことになります。王様に渡す 8 個の玉（黒 4 と白 4）につき、1 個の黒玉と 16 個の白玉を捨てることになります。無駄が多いです。8 個の玉（黒 4 と白 4）を出すのに必要な仕事は 25 単位になります。王様に渡す玉 1 個あたりの仕事は $\frac{25}{8} = 3.125$ 単位です。

以上の（A）から（E）までを表にまとめます。計算結果の比較をしやすいように、王様に渡す玉の数を 4 の倍数で揃えています。さらに、王様の要求が「黒 1 : 白 6」のときを（F）、（G）として表にのせています。（F）が賢い家来、（G）がバカな家来です。

要求比	黒：白	渡す玉 黒	渡す玉 白	捨て玉 黒	捨て玉 白	王様に渡す玉 1 個あたりの仕事		王様に渡す玉 1 個あたりの仕事を対数化	
A	1 : 4	1	4	0	0	1 単位		$\log_2 1 = \mathbf{0}$	
B	1 : 0	4	0	0	16	$\frac{20}{4} = 5$ 単位	3.125	$\log_2 5 = 2.32\cdots$	$1.32\cdots$
C	0 : 4	0	4	1	0	$\frac{5}{4} = 1.25$ 単位		$\log_2(5/4) = 0.32\cdots$	
D	1 : 1	4	4	0	12	$\frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5$ 単位		$\log_2(5/2) = 1.32\cdots$	
E	1 : 1	4	4	1	16	$\frac{25}{8} = 3.125$ 単位		$\log_2(25/8) = 1.64\cdots$	
F	1 : 6	4	24	2	0	$\frac{30}{28} = 1.07\cdots$ 単位		$\log_2(30/28) = 0.099\cdots$	
G	1 : 6	4	24	6	16	$\frac{50}{28} = 1.78\cdots$ 単位		$\log_2(50/28) = 0.8365\cdots$	

面白いことに気づかれると思います。黒玉だけを渡す（B）と白玉だけを渡す（C）の仕

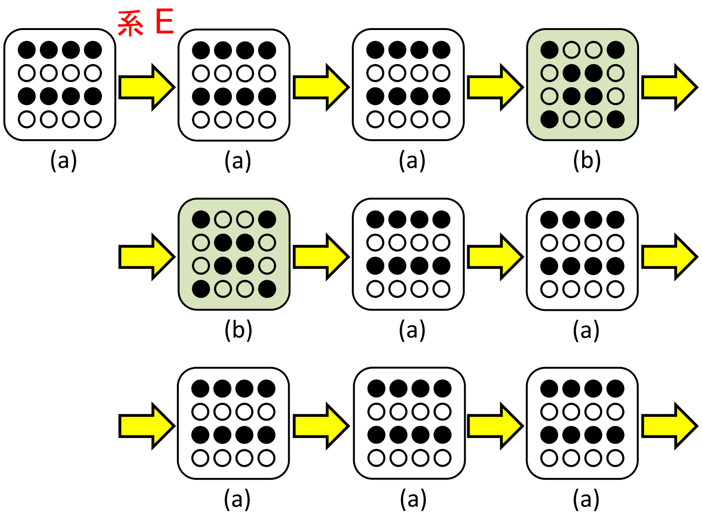
事および対数化した仕事の平均をとると、単純に仕事で平均を計算した場合は、バカな家来の作業（E）と等しくなり、対数化して平均をとると賢い家来の作業（D）と等しくなります。しかし、これは単なる偶然なので無視してください。

また、対数化すると、箱をひっくり返すだけでよい作業（A）は「0」になり、仕事として評価されていないことが分かります。これは意味がありそうです。先に、エネルギーを使って（自由エネルギーを消費して）仕事をしなければ確率的現象は何も起こらず、逆に何らかの確率的現象が起こっているならば、そこで仕事がされている、つまりエネルギーが使われている（自由エネルギーが消費されている）ということを述べました。ここでいう確率的現象とは、単に箱をひっくり返して済むような現象ではなく、箱の中の確率とは異なる確率で起こる現象を指していると考えれば、エネルギーは確率を変えるために使われているのであり、作業（A）の仕事は「0」と評価するのが妥当でしょう。

自然はとても賢く、効率的で、最小限のエネルギーを使っていろいろな現象を起こすものだということを考慮すると、この表は情報の量的な価値は、必要な仕事を対数化したもので考えるのが良いだろうということに気づかせてくれます。情報を物理的対象としてみるとき、情報とエネルギーとの定量的関係を決めるための重要な考察ですが、ここではこれ以上の追求はやめておきます。

いずれにせよ、確率が小さいものほど出現に大きなエネルギー（正確には自由エネルギー）を要し、そういう意味で「出現確率 P の逆数 $\frac{1}{P}$ に相当する価値がある・・・対数化するとなお良い・・・」と感じていただけたのではないかと思います。

では改めて、確率が等しくないときは、どのように計算すればよいのか検討してみましょう。例えば、(a) の出現確率が $\frac{3}{4}$ 、(b) の出現確率が $\frac{1}{4}$ であるような系 E において平均的に発生する動的情報量はいくらになるでしょうか？



等確率で2通りだった系Cと同じように考えてよいでしょうか。

等確率でない、つまり完全にランダムというわけではないということは、変化が制限を受けているということです。動的情報の発信が何らかの方法で妨げられているのです。

系 E は、真に自由に変化できるときは、等確率で (a) か (b) が出現するのに、例えば、(b) 出現の 2 回に 1 回は邪魔されて (a) になるのです。

当然、系 E の動的情報発信量は系 C より小さくなるはずです。

仮定 4 によると、$\frac{1}{2}$ の等確率で (a), (b) が出現するときに発生する動的情報量は「2」、対数化動的情報量は「$\log 2$」、$\frac{1}{3}$ の等確率で (a), (b), (c) が出現するときに発生する動的情報量は「3」、対数化動的情報量は「$\log 3$」でした。動的情報量は等確率の逆数になっています。

これを参考にして確率の逆数をとってみましょう。

仮定 5　ある偏りが出現するときの動的情報量は、
その出現確率の逆数である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

出現確率 $\frac{3}{4}$ の (a) が出現するときに発生する動的情報量を「$\frac{1}{(3/4)}=\frac{4}{3}$」、対数化動的情報量を「$\log\frac{4}{3}$」、そして出現確率 $\frac{1}{4}$ の (b) が出現するときに発生する動的情報量を「$\frac{1}{(1/4)}=\frac{4}{1}$」、対数化動的情報量を「$\log\frac{4}{1}$」とします。

そして平均的に発生する動的情報量を　((a) の出現確率) × ((a) 出現時の動的情報量) ＋ ((b) の出現確率) × ((b) 出現時の動的情報量)　で計算してみましょう。

いきなり変な計算式が出てきましたが、この計算式は、宝クジを買った時に幾ら当たるか、「期待値（確率的平均)」を求めるときの計算式です。計算方法を説明します。

例えば、当たると 100 円もらえる宝クジが 2 本、20 円もらえる宝くじが 8 本、全部で 10 本の宝くじがあるとき、クジを 1 本引いた時にもらえる賞金として期待できる額（1 本あたりの平均額）は、幾らになるでしょうか。

「10 本のクジ全部を引いた時の賞金総額 360 円を 10 本で割って求める」と、

$$\{(2\text{本}\times 100\text{円／本})+(8\text{本}\times 20\text{円／本})\}/10\text{本}=36\text{円／本}$$ となります。

単位を消すと　$\{(2\times 100)+(8\times 20)\}/10=36$　となります。

賞金毎に、各々のクジの当たる確率を使って計算する場合は、上式の「/10 本」の割算を、クジの種類ごとに分けて、（100 円当たる確率：${}^{2}/_{10}$）×（賞金額：100 円）＋（20 円当たる確率：${}^{8}/_{10}$）×（賞金額：20 円）と変形します。

$$\left(\frac{2}{10}\times 100\right)+\left(\frac{8}{10}\times 20\right)=36$$

確率を明示する式に変形しただけなので答えは同じです。これがクジを 1 本引いた時にもらえる賞金額の確率的平均（＝期待値）です。

この計算式を用いて系 E の平均的な動的情報量を計算すると次のようになります。（出現確率）×（動的情報量）を (a), (b) のそれぞれについて計算して加えます。動的情報量は出現確率の逆数です。

$$\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right)\ +\ \left(\frac{1}{4}\times\frac{4}{1}\right)=2$$

同様に、平均的に発生する対数化動的情報量を計算してみましょう。対数の底は 2 としておきます。

$$\left(\frac{3}{4}\times\log_2\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}\log_2\frac{4}{1}\right)=(0.311\cdots)+(0.5)=0.811\cdots$$

ここで、この計算式を用いて、系 C（等確率で 2 通り）において平均的に発生する動的情報量と、平均的に発生する対数化動的情報量を求めてみます。

$$\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{1}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{1}\right)=2$$

$$\left(\frac{1}{2}\times\log_2\frac{2}{1}\right)+\left(\frac{1}{2}\log_2\frac{2}{1}\right)=(0.5)+(0.5)=1$$

(a), (b) が不等確率で出現する系 E で、平均的に発生する動的情報量は、等確率で発生する（つまり確率的な制約を受けていない）系 C で発生する動的情報量より小さくなっていないといけないのですが、この計算方法では、どちらも同じ「2」となってしまいました。確率の逆数である動的情報量では、このような不都合が生じます。

しかし、平均的に発生する対数化動的情報量は、系 E が「$0.811\cdots$」となり、系 C の「1」よりも小さくなっています。

動的情報の情報量については、対数化を前提とした方が良いのかもしれません。

仮定５　ある偏りが出現するときの対数化動的情報量は、その出現確率の逆数の対数である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

偏りが 1 種類しかないとき、その確率は 1 ですから逆数は 1 となります。選択し得る偏りが 1 種類であっても、それが確率的な決定過程であるかぎり、偏り出現時に動的情報の発生があります。しかし、その動的情報量は「1」であり、対数化動的情報量は「0」です。

平均的な対数化動的情報量（対数化動的情報量の期待値）の計算方法を一般的に記述すると次のようになります。この種の式を見慣れていない人には難しく見えるかもしれませんが、宝クジで貰える確率的平均賞金額（期待値）の計算式と同じです。賞金に相当する部分が「出現確率の逆数の対数」になっているだけのことです。

ある現象が、全部で n 種類の現象 $E_1, E_2, E_3, \cdots\cdots E_n$ から成っていて、各現象の出現確率が $P_1, P_2, P_3, \cdots\cdots P_n$ のとき、この現象全体が平均的に持つ対数化動的情報量は、底を 2 として　$P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + P_3 \log_2 \frac{1}{P_3} + \cdots\cdots P_n \log_2 \frac{1}{P_n} = \sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i}$　で表されます。このとき、$\log_2 \frac{1}{P} = \log_2 P^{-1} = -\log_2 P$ と式変形できるので、$-\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$　と表すこともあります。詳しい説明はもっと後になりますが、これが、エントロピーの計算式です。

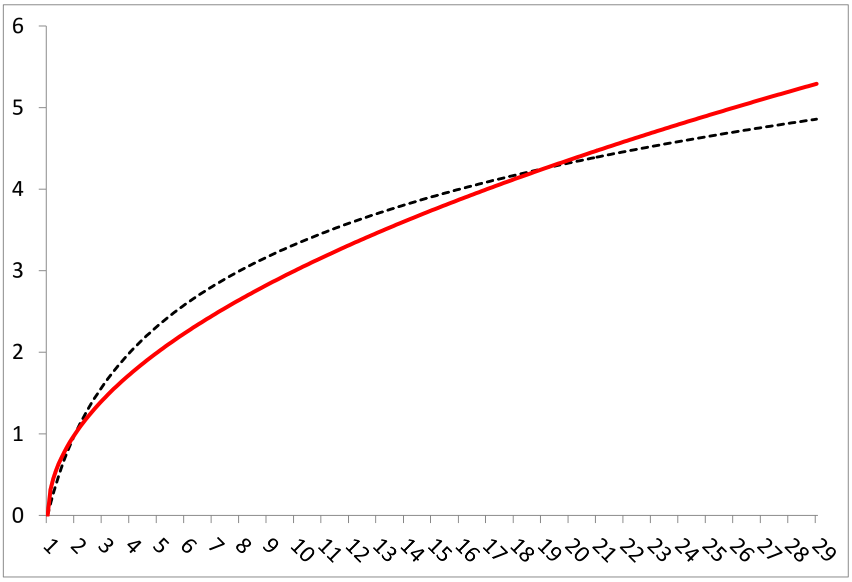
計算式の形は宝クジの場合と同じですが、エントロピーの計算式では、賞金額に相当する部分に確率が入っているので、実際の振る舞いは、宝クジの期待値とエントロピーとでは相当に違っています。詳細は、参考文献－1（高校 2 年生のための準備説明）で紹介しています。

ここで、「逆数の対数化」以外の方法でもうまく行かないか検討してみましょう。

「逆数－1」の平方根（2 乗根）をとるというのはどうでしょうか。(1)：動的情報量として確率の逆数をそのまま取った場合、(2)：逆数を対数化した場合（対数化動的情報量）、(3)：「逆数－１」の平方根をとった場合（平方根化動的情報量）について、発生する各種動的情報量の期待値を計算したものを次の表に示します。

	(1) 逆数	(2) 逆数の対数	(3) 「逆数－１」の平方根
$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2}$	2	$\log_2 2 = 1$	$\sqrt{2-1} = 1$
$\frac{3}{4}, \quad \frac{1}{4}$	$2 = 2$	$0.811 \cdots < 1$	$0.866 \cdots < 1$
$\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3}$	3	$\log_2 3 = 1.584 \cdots$	$\sqrt{3-1} = 1.414 \cdots$
$\frac{3}{6}, \quad \frac{2}{6}, \quad \frac{1}{6}$	$3 = 3$	$1.459 \cdots < 1.584 \cdots$	$1.344 \cdots < 1.414 \cdots$

逆数の加工方法としては、対数でも、平方根のようなものでもうまく行きそうですね。全確率を１とすると、逆数は必ず１以上になります。逆数：1～29 の範囲で、２を底とする逆数の対数（黒の破線）と「逆数－1」の平方根（赤の実線）のグラフは図のようになります。だいたいうまく行くはずですね。



仮定５は次のようにしておくと、系が単種の偏りから成る場合も含めて一般化できます。「系の平均的な対数化動的情報量」の部分がエントロピーに相当します。しかし、まだこの段階では、エントロピーとは何か解った気分にはなれないと思います。

仮定５　系に複数種の偏りが出現するときの平均的な対数化動的情報量は、各々の出現確率の逆数の対数の期待値である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

対数化の最大のメリットは、$\log AB = \log A + \log B$ と計算できる加法性です。

系 C に系 D が合体したときに動的情報がどのように増えるのか、またそこに、系 E が 2 つ追加で合体したら動的情報はどのように増えるのか。確率的現象が互いに独立であるときに対数化動的情報量を用いて計算する場合は、単純に各系の平均的な対数化動的情報量を足していけば良いのです。

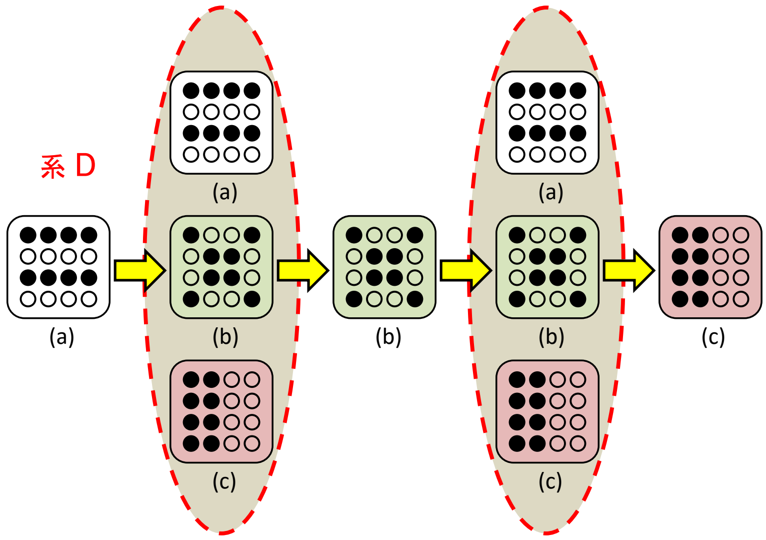
以上のような事情により対数化することが前提となり、対数化動的情報量（＝軟らかい偏り）のことが単に「情報量」と呼ばれることになります。確率的変化がまったくないときは「情報量＝0」です。「$\log 1 = 0$」の「0」です。「硬い偏り」が 1 種類だけ存在し、「軟らかい偏り」は 0 種類存在していることを示す「0」です。

そして「対数化動的情報量の確率的平均（＝期待値)」がエントロピー、あるいは「平均情報量」と呼ばれることになります。もともと「動的情報量」とは確率的なものですから、単に「平均」と付けるだけで構わないのです。

それではここで、「平均情報量（エントロピー)」とはどのようなものかを図示し、情報量発生の瞬間をイメージできるようにしたいと思います。

例えば、1 秒毎に (a)、(b)、(c) がランダムに等確率で出現する系 D は、1 秒毎に動的情報量「3」、対数化動的情報量「$\log_2 3 = 1.58\cdots$」を発生します。エントロピーの計算式は次のようになります：$P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + P_3 \log_2 \frac{1}{P_3} = \left(\frac{1}{3}\log_2 3\right) \times 3 = \log_2 3 = 1.58\cdots$

しかし、情報量発生の瞬間として、どのような状態をイメージすればよいのでしょうか。情報量発生の瞬間、つまり確率的現象が出現する瞬間に、系は一種の励起状態（活性化状態、確率的浮遊状態、トランス状態）になると考えればよいでしょう。



その瞬間に、誰も見たことがない幽霊が現れるわけです。幽霊のひとつひとつを「確率的選択肢」と呼ぶことにしましょう。この確率的選択肢が持つ情報量の期待値が系のエントロピー（平均情報量）です。確率的決定が行われると幽霊たちは消え失せます。エントロピーは、系が確率的励起状態にある間だけ「0」より大きな値を持ちます。エントロピーは幽霊たちの情報的価値なのです。幽霊がどれだけたくさんいるか、どれほど珍しい幽霊がいるか、もちろん珍しい幽霊がたくさんいた方がおもしろいわけですが、そのおもしろさの大きさの指標がエントロピーです。仮定 1.2 を変更しておきます。

仮定 1.2　動的情報とは確率的励起状態で現れる偏りのことである

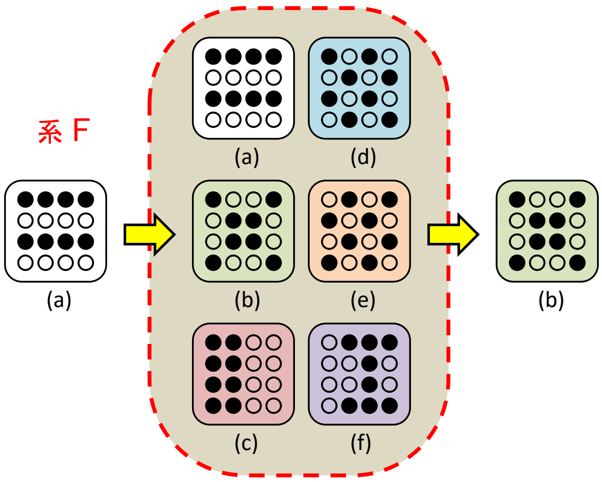
仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

また、1 秒毎に (a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f) がランダムに等確率で出現する系 F は、1 秒毎に動的情報量「6」、対数化動的情報量「$\log_2 6 = 2.58\cdots$」を発生します。エントロピーの計算式は次のようになります：

$$P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + P_3 \log_2 \frac{1}{P_3} + P_4 \log_2 \frac{1}{P_4} + P_5 \log_2 \frac{1}{P_5} + P_6 \log_2 \frac{1}{P_6} = \left(\frac{1}{6} \log_2 6\right) \times 6$$

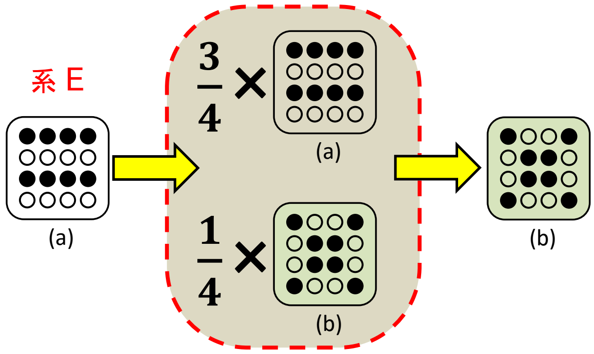
$$= \log_2 6 = 2.58\cdots$$

エントロピーは、複数ある確率的選択肢についての対数化動的情報量の期待値であり、確率的選択肢の出現確率が等しいときは、対数化動的情報量とエントロピーが一致します。系 F の情報量発生の瞬間（確率的励起状態）は次図のようなイメージになります。

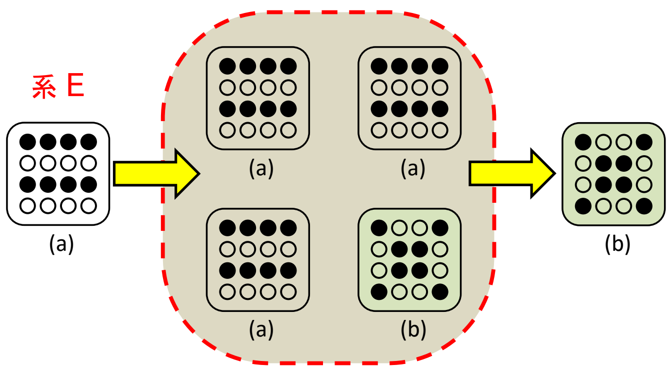


(a) の出現確率が $^3/_4$ 、(b) の出現確率が $^1/_4$ である系 E の場合、エントロピー（系の平均情報量）の計算は、$P_1\ \log_2\frac{1}{P_1}\ +\ P_2\ \log_2\frac{1}{P_2} = \left(\frac{3}{4}\times\log_2\frac{4}{3}\right)\ +\ \left(\frac{1}{4}\log_2\frac{4}{1}\right)\ =\ 0.811\cdots$ となります。

系 E の情報量発生の瞬間は次図のようなイメージになります。



系 E のイメージを、確率を正しく表現できるのであれば、次のように描いても構いません（注：本当は、いけません。ダメな理由は、参考文献－1 を参照してください。）。

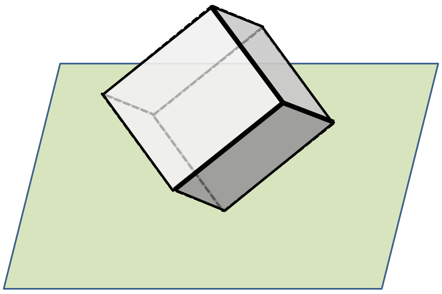


ここで、仮定 1.2 を次のように変えましょう。確率的励起状態の選択肢とは「幽霊」のことです。

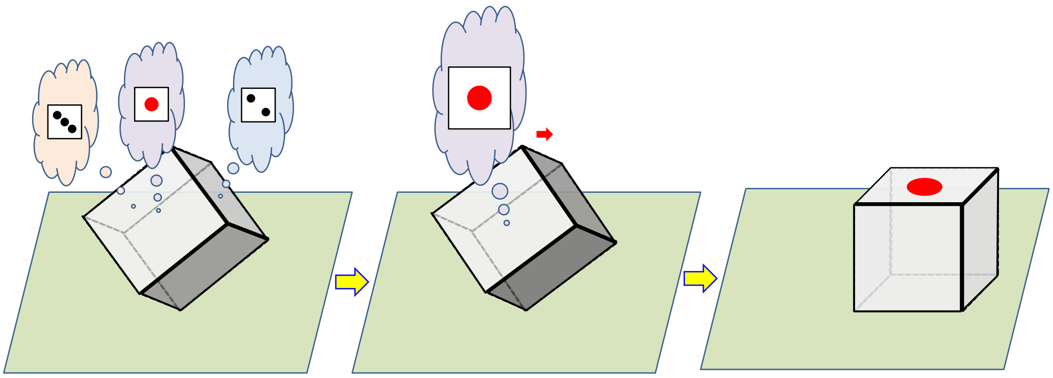
仮定 1.2　動的情報とは偏りの確率的励起状態（の選択肢）のことである

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

偏りの確率的励起状態では、幾つもの確率的選択肢がそれぞれの確率で共存しているような状態になります。これらの、幽霊のような浮遊状態にある選択肢が動的情報です。これが物理的実在なのか、単なる想像上のものなのかはわかりません。実際に観察できるようなものではないので、何とも言えません。情報および動的情報の最も根源的な定義を変更します：「多数の要素から成る系において、要素の分布の偏り、つまり要素同士の相互関係・位置関係の偏りが情報であり、偏りの確率的励起状態が持つ確率的選択肢が動的情報である」



サイコロで言えば、サイコロが完全な対称性を保って立っている瞬間が確率的励起状態であり、このときにはサイコロがどんな目を出すか、確率的予測しかできません。この対称性の崩れる瞬間が確率的決定の時です。何の目が出るかが決まります。その後の変化は非確率的な決定的変化です。



では、このような確率的励起状態は、どのような仕組みで生じるのでしょうか。まった

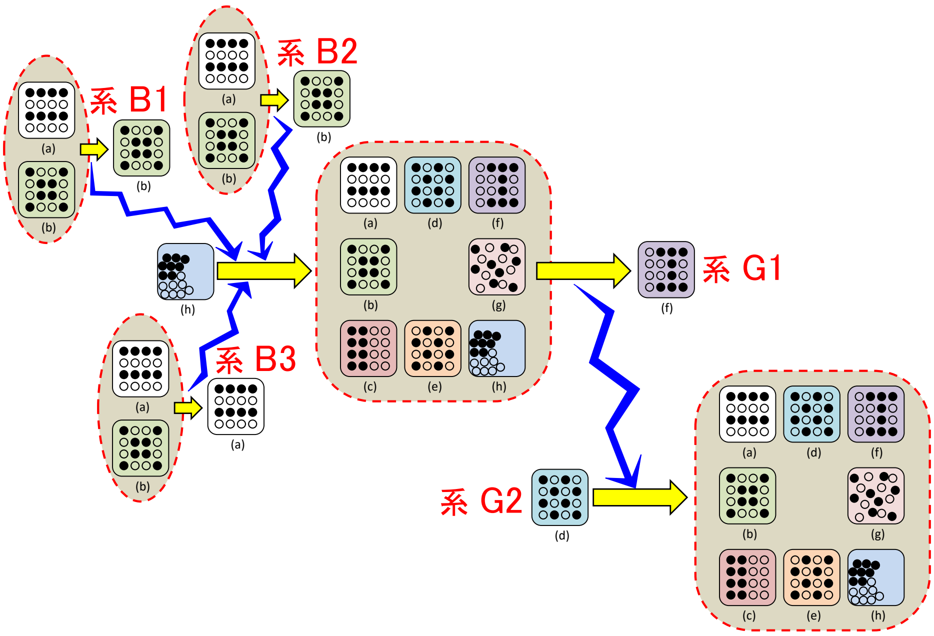
く何も無いところから、なにかスイッチのようなものが入れられると突然励起状態になるのでしょうか。

いいえ、何も無いところから確率的現象が突然現れる魔法のようなことは起こりません（幽霊はあくまで例え話です）。おそらくエントロピーは保存量であると考えられます。ある系は、周囲にある別の系からエントロピーをもらって、自らを励起状態にするのです。そして、もらったエントロピーを別の系に与えて、確率的決定をするのだと考えられます。実際には、「エントロピーの絶対量は測定不可能であるが、エントロピーの変化量ならば測定できる」という場合が多いので、次の仮定をおくことにします。

仮定 6　エントロピー（の変化量）は物理的保存量である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

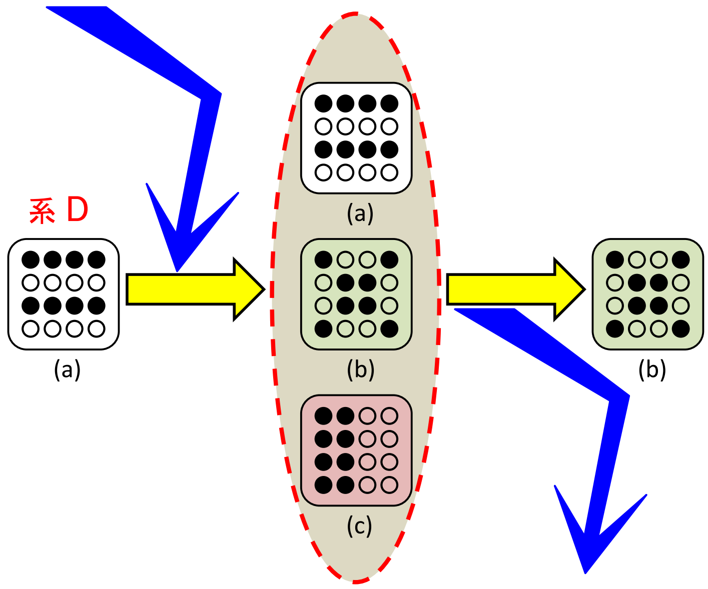
図示すると次のようになります。1 秒ごとに（a）～（h）の 8 種類が等確率で現れる系 G が、（以下のことが実際に可能か否かは分かりませんが）3 つの系 C から同時にエントロピーをもらって励起状態になり、その後、別の系 G にエントロピーを与えて自らの確率的決定を行う様子を示します。ジグザグ進む青い矢印がエントロピーの移動を示しています。

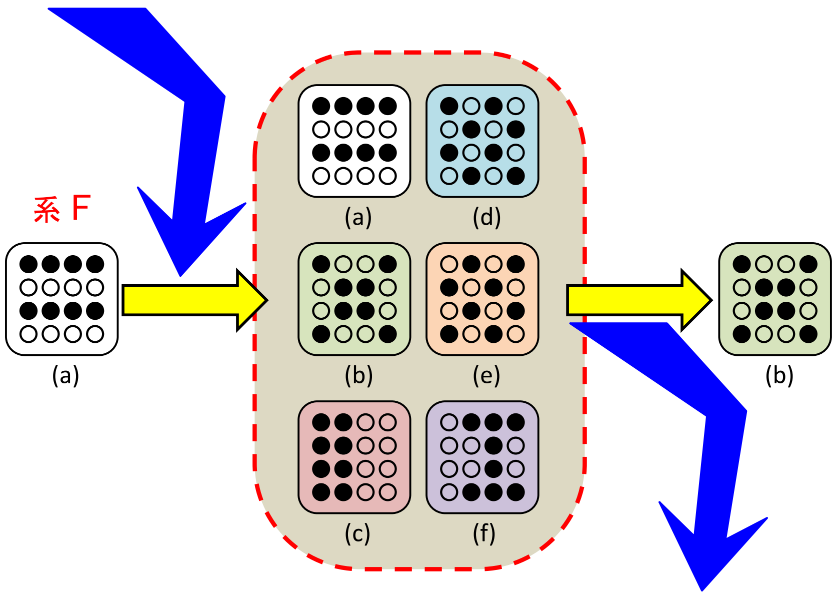


このようにエントロピーをやりとりするために系と系が接する瞬間を「摩擦」と呼ぶことにします。そして、エントロピーを運ぶ媒体（ここでは運搬体：キャリアー）が「エネルギー」と呼ばれているものです。諸条件が同じであれば、より大きなエネルギーは、よ

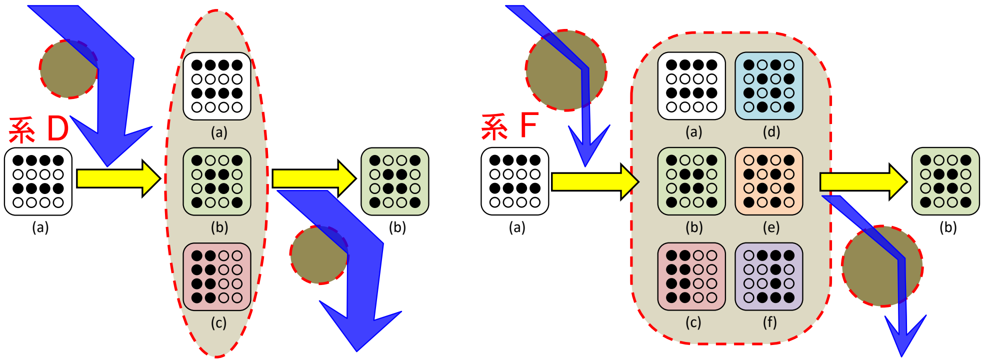
り大きなエントロピーを運ぶことができます。

系 D と系 F の励起状態を比較すれば、系 F の励起状態を作るためには系 D の場合よりも大きなエネルギーを投入しなければならないことが予想されます。両者を再度図示してみましょう。青い矢印がエネルギーの移動、すなわちエントロピーの移動を示しています。





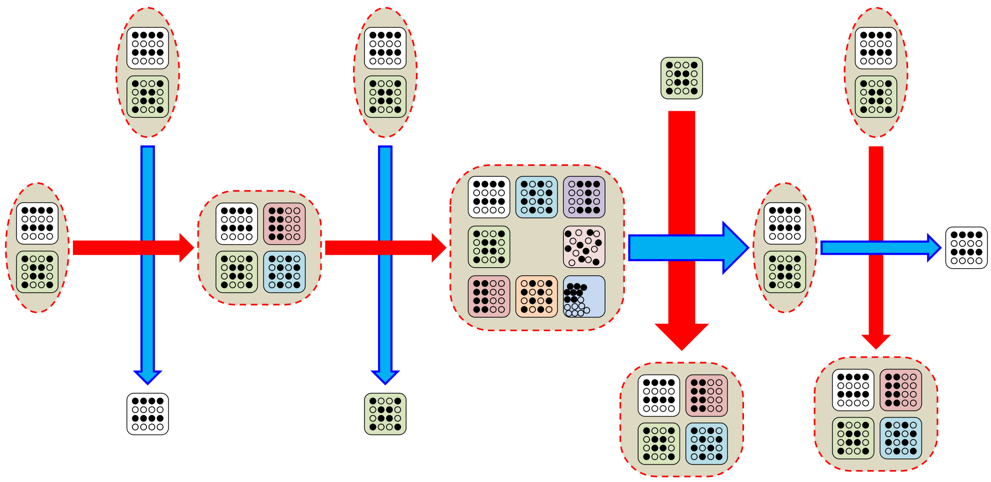
本質的に意味があるのはエネルギーの大きさではなく、エントロピーの大きさです。青い矢印のエネルギーが運ぶエントロピーの大きさを丸印で示すと、下図のようなこともあり得ます。



エネルギーの種類や圧力、温度など各種の条件によって一定量のエネルギーが運ぶことのできるエントロピーの量には上限があると考えられます。1 種の飽和状態です。

そもそも、エネルギーとは何か、ここでは説明しませんが、例えば「別の系」のことをエネルギーと呼ぶことができます。質量はエネルギーに換算できることはよく知られていることです。あらゆる物質はエネルギーなのです。

エネルギーの働き（エントロピーを受け取り、運び、渡す）を先ほどの青い矢印ではなく、別の系として具体的に描くと次図のようになります。エントロピーの定量的な出入りがわかるでしょうか。なお、$\log_2 2 = 1,\ \log_2 4 = 2,\ \log_2 8 = 3$ を使っています。



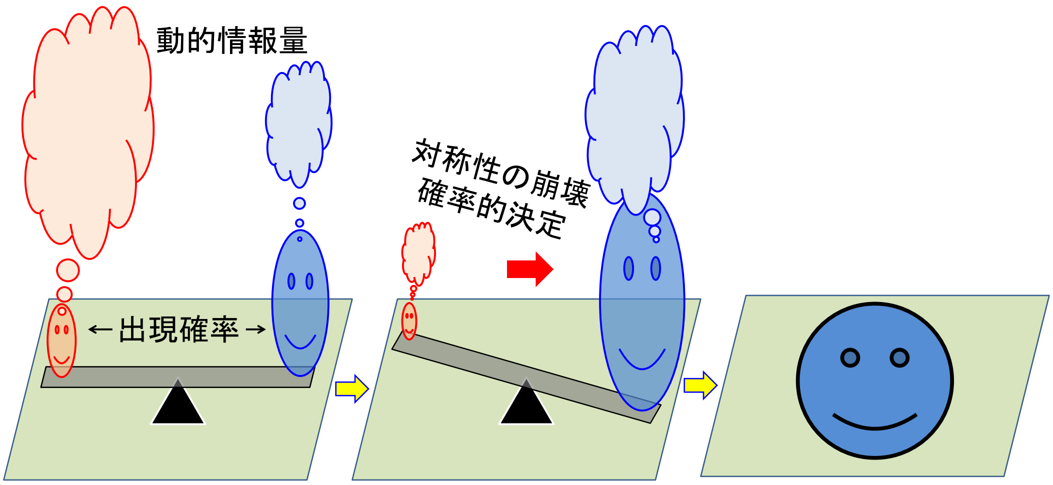
この図は、ここまでの説明の集大成のような図です。エントロピー移動の定量的な関係を示しています。熱力学第 2 法則を知っている方は、この図に法則が適用できると考えないでください。第 2 法則は多数の要素からなる集団において出現するマクロの法則です。

ここで「幽霊」モデルを使って、「仮定 5　ある偏りが出現するときの動的情報量は、その出現確率の逆数である」が何を意味しているのかを説明します。

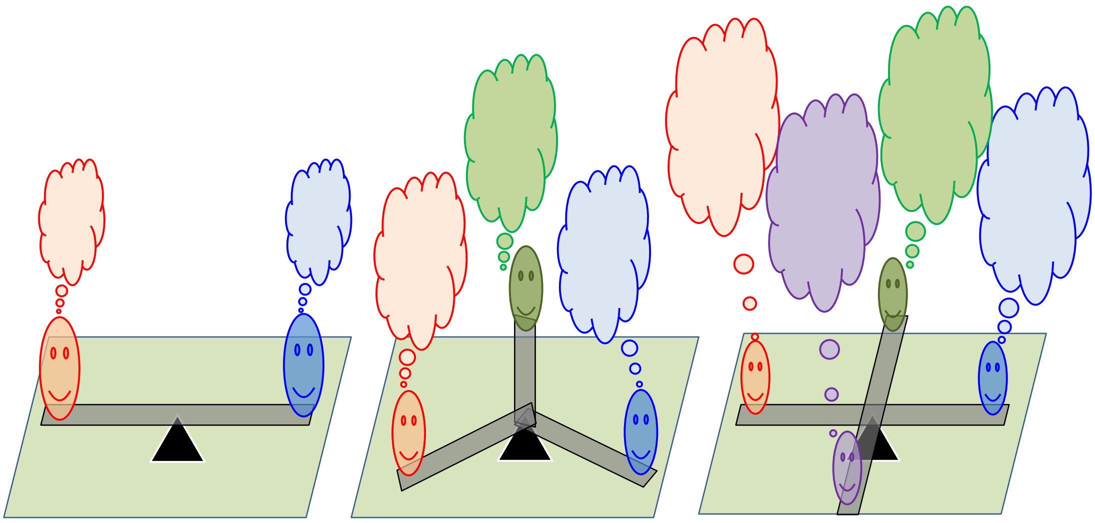
系の確率的励起状態において出現する各選択肢（各幽霊）が持つ動的情報量は、励起状態における確率的対称性（バランス）を保つために現れる幽霊が自己アピールする叫び声

の大きさだと考えてもよいでしょう。小さいものほど存在感を示すために大声を上げる必要があります。各幽霊の出現確率と、出現確率の逆数を掛けると「1」になります。これが仮想体重のようなものです。幽霊の存在感を示しています。出現確率×動的情報量 が、全幽霊について「1」となることでバランスがとれるのです。

その後、「ゆらぎ」のようなもので対称性が崩れ、幽霊が 1 人だけ選ばれて確率的決定となります。この幽霊モデルだと、動的情報量を確率の逆数とする理由がとても分かりやすいと思われます。出現確率の大きさで幽霊の大きさを示すと図のようになります。



上図では、幽霊が 2 人の場合のバランスを示しています。もし等確率の幽霊が 2 人、3 人、4 人と増えていく場合は、各幽霊の出現確率は $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ と小さくなります。お互いに同じ出現確率なのですが、ライバルが増える分だけ各幽霊は大声を出すことになり、各幽霊の動的情報量は $2,3,4$ と、また対数化動的情報量は $\log_2 2 = 1,\ \log_2 3 = 1.58\cdots, \log_2 4 = 2$ と大きくなります。



随分と人間臭い解釈になってしまいましたが、確率的励起状態などは、所詮、人間の想

像の産物に過ぎませんから、ここでは、解りやすければよしとしておきます。

なお、「出現確率×動的情報量（＝確率の逆数）」は、すべて「1」になるのでバランス理論での説明に使えますが「出現確率×対数化動的情報量」では、このような吊り合いの説明には使えません。例えば、(a) の出現確率が $3/4$ 、(b) の出現確率が $1/4$ である系 E の場合、$\frac{3}{4}\log_2\frac{4}{3} = 0.946\cdots \neq \frac{1}{4}\log_2\frac{4}{1} = 0.5$ となり、バランスがとれません。「逆」対数化機能を持つ天秤を考えれば、対数化動的情報量を使ってバランスを取ることができますが、そんな面倒なことをする必要はないでしょう。

また、エネルギーとエントロピーとの関係を検討すると、エネルギー変化との関係でエントロピーには大きく 2 種類あると考えられるようになります。つまり、エネルギーの変化と強く相関しながら定量的に変化する **物質的・定量的エントロピー** と、エネルギー変化に依存はしているが、相関性の弱い **数学的・非定量的エントロピー** の 2 種類です。参考資料 1 には少し詳しい例と説明を書き加えたので、そちらを参照してください。将来的には参考資料 1 と本説明を統合したいと考えています。

仮定 6.1　定量的エントロピー（の変化量）は物理的保存量である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

ここで、仮定 0 を置いておきましょう。クロード・シャノンが堂々と言えなかったことですが、おそらく彼も、このように感じていたのではないでしょうか。そうでなければ、数式が似ているというだけの理由では、エントロピーという命名をすんなりと受け容れなかったのではないかと思われます。

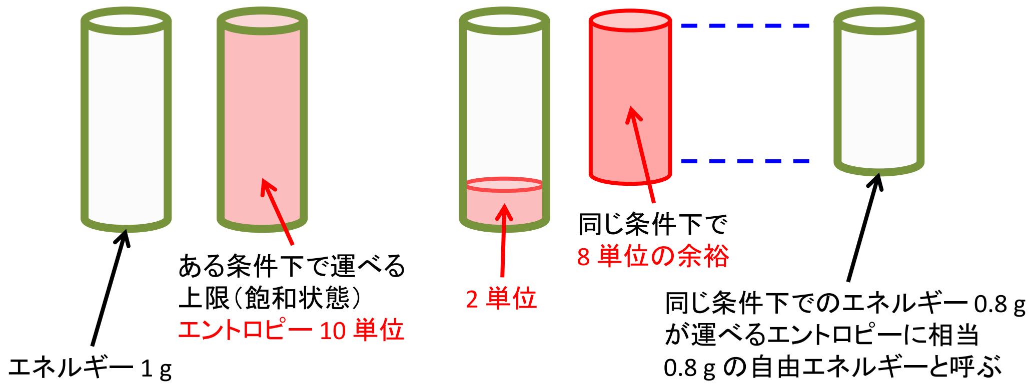
仮定 0.　情報とは物理的存在である

仮定は後に否定されたり修正されたりすることがあります。

あるいは、「仮定 1.1　情報とは物理的偏りである」、「仮定 1.2　動的情報とは物理的偏りの確率的変化である」などと変更してもよいでしょう。

ここに 1g あたり最大で「10 単位」のエントロピーを運べるエネルギー1g があるとします。エントロピー容量の上限が「10 単位／g」です。これはエントロピー飽和量と呼んでもよいでしょう。もしこのエネルギー1g に「2 単位」のエントロピーしかないならば、このエネルギーは、同じ条件であと「8 単位」のエントロピーを受け取る余力があるといえます。

これはエントロピー容量の上限から考えると「0.8 g」のエネルギーに相当します。この 0.8 g 分を自由エネルギーと呼ぶことにします。



系のエネルギーの総量は保存量であり、化学反応などの前後で変化しませんが、自由エネルギーはエネルギー内にあるエントロピー量の変化を反映して増減します。しかし、系の置かれている条件が変化すれば、エネルギーが持つエントロピーの上限（飽和エントロピー量）も変化しますから、「自由エネルギー」とは決して扱いやすい概念ではありません。エネルギーとエントロピーを使って理解するのが良いと思われます。

同じ量のエネルギーであっても、自由エネルギーの大きさによって、また目的や手段の違いによって利用価値が異なります。例えば、薪（まき）がチョロチョロと弱火で燃えているとき、炭を追加して火を強くすることもできますし、灰を被せて（酸素との接触を妨害し）火を消すこともできます。薪の自由エネルギーは大きく、燃えかすである灰の自由エネルギーは小さいのですが、目的が違えばそれぞれに利用価値があります。

また、人間の食料は、人間にとって大きな自由エネルギーがあり、必要な栄養を取り去った残りカスである糞便は、人間にとっては自由エネルギーに乏しい物質ですが、ある種の虫や細菌にとっては大きな自由エネルギーをもつ食料となります。エネルギーを利用する手段が異なればそれぞれに利用価値があります。これが食物連鎖の基になっています。

自由エネルギーというのは、物体などの実在ではなく、人間が自然現象を理解するための便利な概念にすぎません。エネルギーとエントロピーは保存量です。エネルギーの測定は比較的簡単ですが、エントロピーの測定は困難なことが多いので、エントロピーの増減を反映できる自由エネルギーというアイデアを利用しているだけのことです。

「エネルギーを消費して・・・する、エネルギーを消耗して・・・できない」といった日常的な表現は、正確には間違っていて（なぜならエネルギーは保存量なので消費できません）、「エネルギーを使って（自由エネルギーを消費して）・・・する」といった表現が正しいということを、後で詳しく説明します。

エントロピーは系の励起状態においてのみ存在する保存量であり、確率的決定が行われて静止した系にエントロピーは存在しません。他の系に移ることのできなくなったエントロピーはその系に留まります。幽霊のいる状態が長く続きます。

さて、「情報＝偏り」という仮定から出発して、エントロピーと同じ計算式を持つ「対数化動的情報量の期待値」まで来ました。エントロピーは、確率という幽霊がどれほど多種多様であるか、その程度を表す指標であるというイメージでかまいませんが、これまでの説明では、「高次情報＝意味」との混乱を防ぐために、あえて「意味」の追求を避けてきたので、エントロピーの計算式が具体的に何を意味しているのかは依然として不明瞭だと思われます。これから、ミクロ現象だけでなくマクロ現象（たとえば無数の粒子が集まった大きな系での出来事）をも対象として、エントロピーの意味的理解を追求して行きますが、その前に、これまでの思考過程（仮定の変化など）を整理しておきます。

仮定 1.　情報とは偏りのことである　　仮定 2.　情報量とは偏りの種類の多さである
仮定 3.　情報量の基本単位は「1」である　という 3 つの仮定から検討を開始しました。

最初に扱った偏りは「静的情報（＝硬い偏り）」と呼べるような、動きがない、あるいは決まりきった動きを続ける偏りでした。この種の偏りの情報量（偏りの種類の数）は常に「1」でした。また、取扱い上便利だという理由で「対数化」を導入しました。「静的情報（＝硬い偏り）」の対数化情報量は「0」でした。

静的情報の世界は、退屈でおもしろくない世界です。役人的、官僚的、封建的、全体主義的といった形容詞が似合っている世界です。変化が無いという意味で安定しています。変化を望まなければ生活は楽です。大きな環境変化には適応できず、すぐに滅びる世界です。幽霊の出ない世界です。

予測できない不規則な偏りの変化としては「確率的変化」があると、やや天下り的に、考えました。確率的変化が起こる場を「摩擦」と呼び、「偏りの確率的変化」を動的情報と呼ぶことにしました。確率的変化がある系は情報量が「1」を超える、つまり対数化情報量が「0」を超えることを発見的に確認しました。

動的情報の世界は、自由主義的、個人主義的、身勝手な、不安定な、刺激的な、破壊的な、活動的な、冒険的な、ギャンブル的なといった形容詞が似合っている世界です。幽霊の出る、怖くて、おもしろい世界です。たまに安定して退屈に見えるときを「平衡状態」と呼び、硬い偏りの永続的な安定とは区別します。平衡状態は、しょせん一時的な安定に過ぎません。明日も平和が続くと期待して油断するのは危険です。

「動的情報」は一種の確率的励起状態（の選択肢：幽霊のようなもの）であり、生まれて消えていく儚い（はかない）運命（さだめ）を持っていることを紹介しました。幽霊には消えてもらわないと困るのです。確率的変化について、その「動的情報量」をどのよう

な方法で計算するかについて検討しました。

確率的変化が等確率の場合に「動的情報量」が等確率の逆数の大きさになることを一般化し、等確率でない場合も含めて、出現確率 P の偏りが出現するときの動的情報量を、その確率の逆数 $\frac{1}{P}$ であると仮定してみました。

複数の確率的現象からなる系の動的情報量の決め方として、「確率的平均（＝期待値）」を採用してみました。しかし、等確率の場合（系 C）も、確率が等しくない場合（系 E）も、動的情報量の期待値が同じになるという不都合が生じました。また、対数化動的情報量の期待値を計算すると不都合が生じないでうまくいくことがわかりました。対数化以外の方法（平方根など）でもうまくいく可能性がありましたが、計算の仕組みなどの理由で対数を利用するのが一番便利であることがわかりました。

対数化動的情報量の期待値を求める計算式は、エントロピー（平均情報量）を求める計算式と同じでした。エントロピーとは「対数化動的情報量の期待値」のことです。今後は「対数化動的情報量」を単に「情報量」と呼ぶことにします。「情報量」の期待値がエントロピーです。期待値とは確率的平均のことなので、エントロピーは「平均情報量」とも呼ばれます。

エントロピーは他に「情報量の確率的平均」、「情報量の確率的重みを考慮した平均値」、「確率的な平均情報量」などいろいろな呼び方が可能です。

この段階のエントロピーの定義は、やや古典的な定義だと考えられます。本説明の後段で物理的な現象を扱い、エントロピーを「非平衡状態における瞬間的な確率で計算した平均情報量」へと発展させていきます。古典的な定義から、より実用的な定義へと変えていきます。この「瞬間だけをとらえて考える」というのも結構難しい話になります。確率的現象の出現の瞬間を一種の励起状態として理解する考え方ができれば、さほど難しくはありません。現実のマクロの物質世界では、幽霊は次々と現れていて、確率的変化の全く無い状態になるようなことは起こりません。現代科学は幽霊を否定していません。目撃した人の脳の中では、幽霊を実際に見たときと同じような電気的な活動があるのだろうと解釈します。確率的現象の実在性を認めるか否かは、まず実在とは何かという哲学の問題になります。ここでは、幽霊が居たってイイじゃないかというスタンスで説明に利用しました。

本説明のゴールは「散逸構造」を知ることです。散逸構造を理解するためには、エントロピー、熱力学第 2 法則などの確率的概念を理解することが必要です。これからマクロの現象も扱い、エントロピーについての理解を深めていきたいと思います。

今後は、もう「静的情報」は扱いません。「動的情報」だけを扱い、これを単に「**情報**」と呼ぶことにします。

また、ある系に出現する可能性のある出来事 A_i の「動的情報量」＝「出現確率の逆数：$1/p_i$ 」、「情報量」＝「対数化動的情報量： $p_i \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right)$ 」、そして、系の「エントロピー（平均情報量)」＝「すべての出来事の情報量の確率的平均（期待値）： $\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i}$ 」ですが、「**確率の逆数**」、「**情報量**」、「**エントロピー**」と呼ぶことが多くなります。「動的」なものだけを扱うので「動的」も外します。

ここまでの「1.～3.」は「4.～20.」作成の約 1 年後に追加しました。「1.～3.」の作成後に参考文献－1（高校 2 年生用）の大改訂を行いました。「4.～20.」の前に参考文献－1 がお奨めです。「4.～」は、説明が古いので注意して読んでいただければ幸いです。「4.～」の用語の使い方を修正していく作業は今後予定しています。「1.～3.」で用いた用語を次の表に整理しておきます。

用語表（詳しい説明は本文参照。用語の意味は少しずつ変化させました。表は最終的なものです。）

<table>
<tr><td>情報
低次元の情報</td><td colspan="2">系が持つ偏り。片寄り。対称的でないこと。構造。秩序。組織。多数の要素から成る系において、要素の分布の偏り、つまり要素同士の相互関係・位置関係の偏り</td></tr>
<tr><td>意味</td><td colspan="2">高次元の情報、意味情報</td></tr>
<tr><td>静的情報</td><td colspan="2">変化の無い偏り、規則的に周期的に変化する偏り、不規則だが決まりきった変化をする偏りのこと。硬い偏りと呼ぶ。</td></tr>
<tr><td>動的情報</td><td colspan="2">確率的に変化している偏り。系の確率的励起状態で現れる偏り。目撃による実証は無いため幽霊のようなもの。軟らかい偏り。確率的決定後に続く変化は影響の波及に過ぎず、非確率的変化であるが、動的な偏り変化に伴うという意味で軟らかい変化に含める。</td></tr>
<tr><td rowspan="4">情報量</td><td>静的_情報量</td><td>偏りの種類の多さ（数）。1 種類のとき「1」</td></tr>
<tr><td>対数化_静的_情報量</td><td>対数化した値　$\log 1 = 0$　1 種類のとき「0」</td></tr>
<tr><td>動的_情報量
単に 確率の逆数</td><td>確率的励起状態における各偏りの出現確率の逆数
n 種類の偏りが等確率で出現するとき、各々の出現確率は「 $1/n$ 」、動的情報量は「 n 」である。</td></tr>
<tr><td>対数化_動的_情報量
単に 情報量</td><td>出現確率の逆数の対数。2 種類の偏りが等確率で出現するとき、各々の対数化動的情報量は $\log_2 2 = 1$ である。</td></tr>
<tr><td>平均_情報量
エントロピー</td><td colspan="2">系の確率的励起状態における全偏りの対数化動的情報量の確率的平均（つまり期待値）のこと。「情報量の確率的平均」、「情報量の確率的重みを考慮した平均値」、「確率的な平均情報量」なども同じこと。出現確率の逆数の対数の確率的平均。エネルギーと同じく、物理的な保存量であると考えられる。</td></tr>
<tr><td>摩擦（まさつ）</td><td colspan="2">系と系の接触面。系の間でエネルギーの移動（つまりエントロピーの移動）が起こる。</td></tr>
<tr><td>確率的現象</td><td colspan="2">あちこちで起こり続けている出来事だが、誰も変化が確率的に決まったという証拠を見たことはない。</td></tr>
<tr><td>励起状態</td><td colspan="2">以前にあった偏りが不安定になり、確率的な選択肢が出現している状態。活性化状態、浮遊状態、トランス状態。幽霊がいる状態。瞬間的なことが多いが、長く続くこともある。確率的励起状態が長く続いていても、実際に多くの選択肢が目撃されたことはないので、確率的選択肢は幽霊のようなものなのである。</td></tr>
</table>

4.　はじめに

私たちが住んでいる世界では、あらゆるものが変化しています。その変化の多様性、自由度の大きさを示す目安が「エントロピー」と呼ばれるものです。

あらゆるものとは、物質であれ、現象であれ（この場合はあらゆることと言った方がわかりやすいでしょうが）、世界を構成する万物万象を指しています。

変化しているとは、常に変化し続けていて、変化が止まっているものは何もないという意味です。

しかも、あらゆる変化は確率的な変化です（電磁波のように絶対的規則性・周期性を持つ変化は非確率的変化である可能性があります）。

たとえば、私が右手を挙げると考えて、実際に右手を挙げたとします。このとき、右手は確率＝1 で挙がったわけではなく、限りなく 1 に近い確率＝0.9999… (←どこかで 9 以外の数字が出ます）で挙がったに過ぎません。

つまり、私が右手を挙げようとした瞬間、地震や隕石の落下などで、あるいは私の脳血管が破れて右手を実際に挙げることが出来なくなったかもしれない確率が 0.0000…（←どこかで 0 以外の数字が出ます）程度はあったに違いないのです。

そうです、この世界は確率的に変化し続けているもので構成されているのです。この世界のあらゆる変化は確率的であり、全ての確率的変化は、変化の多様性や自由度の大きさに違いがあり、（原理的には）その違いの程度をエントロピーの値で示すことができます。（原理的には可能なのですが、技術的に及ばないものが多くあります）

エントロピーを測定できるようになると、物事の変化を予測できるようになります。化学者はエントロピーを計算して化学反応がどのように進むかを予測しています。化学反応に限らず、生物の進化や人間社会の変化といった複雑な変化も予測できます。私たちの住む宇宙が将来どのように変化していくのかもエントロピーで決まります。

歴史的には、エントロピーというものを最初に発見して数式で表現できるようにしたのは、熱による仕事を研究した物理学者ですが、その本質的な意味に近づくことに成功したのは情報を研究した数学者です。

ここでは、先に数学的アプローチによるエントロピーの説明から始め、その後に物理的なエントロピーの理解に繋げていきたいと思います。

5.　情報の稀少価値（information）

すべての確率的な現象は、その確率の大きさに応じて決まる価値（information）を持っ

ていると考えます。この information は「**情報量**」と訳されています。英語では、「情報」も「情報量」も information の一語を用いています。

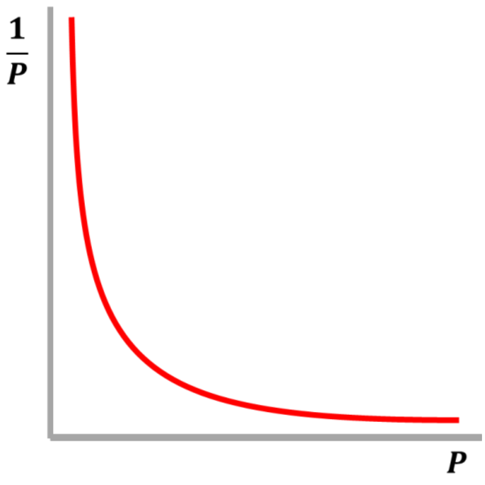
information（情報量）は、競馬の配当金のようなものです。高確率なものほど情報量は小さく（優勝候補の馬が実際に優勝しても配当金は少なく）、低確率なものほど情報量は大きく（優勝確率の低い予想外の馬が実際に優勝すると配当金は多く）なるように考えます。

起こる確率が低く、稀な現象ほど、その現象が実際に起こるという予測を得たときには大いに役に立ちます。したがって、確率の小さい現象ほど information（情報量）が大きく、英語では informative というのです。

たとえば、沙漠の住民に「明日は晴れでしょう」と言っても相手にされないでしょうが、「明日は雨でしょう」と言えば強い関心を示されるでしょう。情報量とは、その現象のニュース性（意外性、話題性、影響性）の大きさであると言ってもよいでしょう。

情報量の大きさを数値として示す方法は幾つも考えられますが、一番簡単な決め方として最初に考えられたのは、ある現象（＝変化）が起こる確率の逆数を、その現象の情報量とする方法です。

つまり、ある特定の現象が確率 p つまり（ $\frac{p}{1}$ ）で起こるならば、その現象の情報量を $\frac{1}{p}$ で表します。なお、確率の最小値は 0 以上、最大値は 1 以下（ $0 \leq p_{min}$ 、 $p_{max} \leq 1$ ）とします。横軸を確率 p 、縦軸を情報量 $\frac{1}{p}$ としてグラフを描くと下図のようになります。



しかし、情報量を確率の逆数であると規定すると、情報量の大きさについての人間の自然な感覚と合わない場面が出てきます。

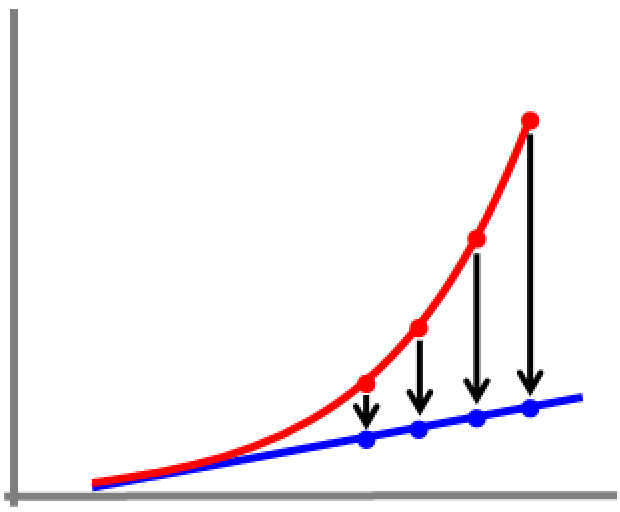
たとえば、ここに 3 種類の辞書があるとします。ある事柄について、1 番目の辞書には A、 B、C の三つの説明が示されているとします。2 番目の辞書には A と B の説明があり、3 番目の辞書には C の説明だけがあるとします。

ここで、辞書類における A、B、C の出現は独立した現象であり、各々の出現確率を 1/2、1/4、1/8 とします。すると 1 番目の辞書のように A、B、C が同時に出現する確率は、1/2×1/4×1/8＝1/64 となり、1 番目の辞書の情報量は確率 1/64 の逆数をとるので 64 になります。同様にして 2 番目の辞書の情報量は 8 となり、3 番目の辞書の情報量も 8 となります。

しかし、私たちの日常的な感覚では、1 番目の辞書（ABC）の情報量は、2 番目の辞書（AB）の情報量と 3 番目の辞書（C）の情報量の和になっていないと不自然に感じられます。

そこで、確率の逆数ではなく、それを対数化したものを情報量として定義すると、自然な加法的感覚（足し算）で情報量というものを扱えるようになります。

対数のことがよく解らない方は、対数とは下図のように、指数的に大きくなるような変化を直線的な変化に変えて、足し算で扱えるようにする計算技術に過ぎないと思ってかまいません。



また、対数の底は 2 でも 10 でも、$e = 2.718\cdots$ でも良いのですが、ここでは 2 をとることにします。

つまり、ある特定の現象が確率 p つまり（ $\frac{p}{1}$ ）で起こるならば、その現象の情報量を $\log_2 \frac{1}{p}$ で表します。

このように<u>確率の逆数の対数</u>として規定された情報量は、確率が $\frac{1}{2}$ ならば $\log_2 \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} =$

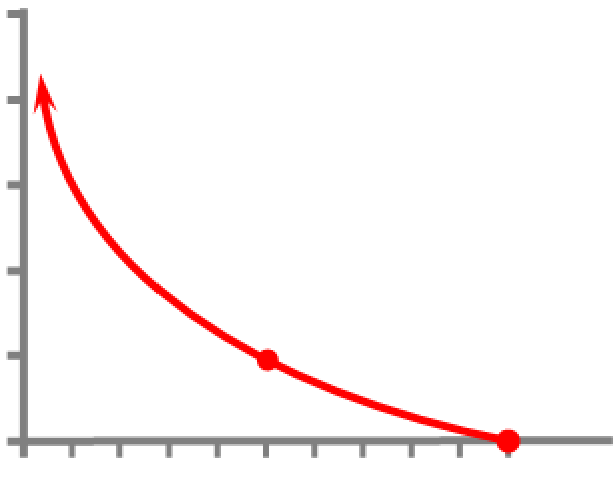
$\log_2 2 = \log_2 2^1 = 1$ 、確率が $\frac{1}{4}$ ならば $\log_2 \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$ 、確率が $\frac{1}{8}$ ならば $\log_2 \frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$ 、確率が $\frac{1}{64}$ ならば $\log_2 \frac{1}{\left(\frac{1}{64}\right)} = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$ と計算されます。

では、もう一度、先ほどの辞書の情報量（確率の逆数の対数）を計算してみましょう。

辞書類における A、B、C の出現は独立した現象であり、各々の出現確率を 1/2、1/4、1/8 としています。1 番目の辞書のように A、B、C が同時に出現する確率は、1/2×1/4×1/8＝1/64 となり、1 番目の辞書の情報量は 6 になります。2 番目の辞書の情報量は 3 となり、3 番目の辞書の情報量も 3 となります。

1 番目の辞書（ABC）の情報量 6 は、2 番目の辞書（AB）の情報量 3 と 3 番目の辞書（C）の情報量 3 の足し算になっています。対数化によって情報量は、A＋B＋C ＝(A＋B)＋C という日常的感覚で理解できる量となりました。

なお、$y = \log_2 \frac{1}{P}, (0 \leq P \leq 1)$ のグラフは下図のような形になります。$P = 1$ のとき情報量は 0（無価値）となり、$P = 0$ に近づくと情報量は無限大に近づきます。$P = \frac{1}{2}$ のとき情報量は 1 となります。



さて、ある出現確率を持つ現象の情報量は、<u>確率の逆数の対数</u>で計算できるようになりましたが、より複雑な出現確率を持つ現象の情報量はどのように計算すればよいでしょうか。

より複雑な出現確率を持つ現象とは次のようなものです。

たとえば白い卵から白鳥が生まれる確率が 8/10、黒鳥が生まれる確率が 2/10 だとします。また黒い卵から白鳥が生まれる確率が 1/2、黒鳥が生まれる確率が 1/2 だとします。

ある日、誰かが森で卵を見つけました。白鳥が生まれるか？それとも黒鳥が生まれるか？と尋ねられました。見つけた卵の色が白か黒かで、答えは違ってきます。白い卵なら、白鳥が生まれるだろうと答えるでしょう。黒い卵なら、白鳥か黒鳥か迷うことでしょう。

このとき、白い卵だと教えられたときと、黒い卵だと教えられたときは、受け取った情報量が異なると考えることができますが、それぞれの情報量をどのように計算すればよいでしょうか。

確率的現象		情報量	相加平均	相乗平均	卵の情報量
白い卵である	白鳥が生まれる確率が 8/10	0.3219⋯	1.3219⋯	0.8645⋯	?
	黒鳥が生まれる確率が 2/10	2.3219⋯			
黒い卵である	白鳥が生まれる確率が 1/2	1	1	1	?
	黒鳥が生まれる確率が 1/2	1			

情報量の計算：

$\log_2 \frac{1}{\left({}^{8}/_{10}\right)} = \log_2 \frac{10}{8} = 0.3219\cdots$　$\log_2 \frac{1}{\left({}^{2}/_{10}\right)} = \log_2 \frac{10}{2} = 2.3219\cdots$　$\log_2 \frac{1}{\left({}^{1}/_{2}\right)} = \log_2 \frac{2}{1} = 1$

相加平均：$\frac{0.3219\cdots+2.3219\cdots}{2} = 1.3219\cdots$　相乗平均：$\sqrt[2]{0.3219\cdots \times 2.3219\cdots} = 0.8645\cdots$

このような（複数の確率的現象が組み合わされた）複雑な出現確率を持つ現象では、相加平均のような平均ではなく、確率的性格を考慮した平均的な情報量を計算する必要があります。つまり、白鳥が生まれる確率と黒鳥が生まれる確率をうまく平均化できれば現象全体の情報量として使えるようになると考えられます。

このような確率的現象の平均化の方法として、期待値（expected value, expectation）というものがよく用いられていますので、それを試みてみましょう。

6.　情報量の期待値（情報量の確率的重みを考慮した平均値：平均情報量）

ここに子供の作った宝クジがあるとしましょう。全部で 10 本のクジがあり、1 等は 1 本あり 100 円の賞金です。2 等は 3 本あり 10 円の賞金です。残り 6 本はハズレで、賞金は 0 円だとします。

この宝クジを 1 回引くとき、賞金を幾らもらえると期待できるか、という問題が出されたとき、1 等、2 等、ハズレの当たる確率を組み込んで（重み付けと表現することもあります）、もらえる賞金の確率的平均を計算します。

まず、1 等については当たる確率が 1/10、賞金は 100 円ですから、1/10×100 円もらえると期待できます。同様に、2 等については 3/10×10 円、ハズレについては 6/10×0 円もらえると期待できます。それらを全部足した額が、この宝クジの確率的平均であり、期待値と呼びます。

（1/10×100）＋（3/10×10）＋（6/10×0）＝13 円

これは実際に 13 円もらえるという話ではありません。実際にもらえるのは 100 円か、10 円か、0 円ですから、実際の感覚とはズレています。宝クジは、この「ズレ」を利用しています。みんなが期待値で判断するようになると宝クジは売れなくなります。

次に示す三種類の宝クジは、いずれも期待値（クジひとつあたりの平均賞金）は 130 円です。

	宝クジ（A）		宝クジ（B）		宝クジ（C）	
	本数	賞金	本数	賞金	本数	賞金
	1	10000 円	10	250 円	30	400 円
	2	1000 円	50	210 円		
	10	100 円			30	20 円
	87	0 円	40	0 円	40	10 円
計	100	13000 円	100	13000 円	100	13000 円
期待値	130 円		130 円		130 円	

この宝クジを 1 本（1 枚）あたり 200 円で売るとします。全部売れれば 7000 円儲かります。

三種類の宝クジの賞金の確率分布は大きく異なっていますが、期待値はすべて 130 円です。宝クジの細かな個性のようなものは期待値では消えています。ふだん私たちは、各宝クジの細かい賞金分布を見て、どの宝クジを買うのかを考えるのであって、期待値に頼ることはしません。賞金分布の方が役立つ情報が多いからです。

しかし、もし賞金の段階が何百、何千とあれば、賞金分布は複雑になり、情報過多となって、私たちはどれが良いか判断できなくなります。そうなると私たちは、売り手に対して期待値を示すように要求し、どの宝クジを買うかは期待値の大きさで判断するようになると思われます。

複雑な確率的現象に対して考える平均的な情報量として期待値を利用するのは自然な流れであったと言えるでしょう。そして、情報量の平均値を求めるときは、特記しない限り確率的重みを考慮することが普通なので、**平均情報量**といえば、情報量の期待値のことであるとします。

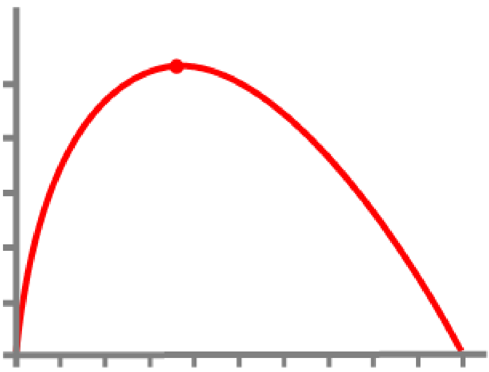
では、「宝クジの当たる確率」を特定の現象が起こる確率 p で置き換え、「賞金」を特定の現象の情報量 $\log_2 \frac{1}{p}$ で置き換えて、情報量の期待値としましょう。

ある現象が、全部で n 種類の現象 $E_1, E_2, E_3, \cdots\cdots E_n$ から成っていて、各現象の出現確率が $P_1, P_2, P_3, \cdots\cdots P_n$ のとき、この現象全体が持つ情報量の期待値（平均情報量）は

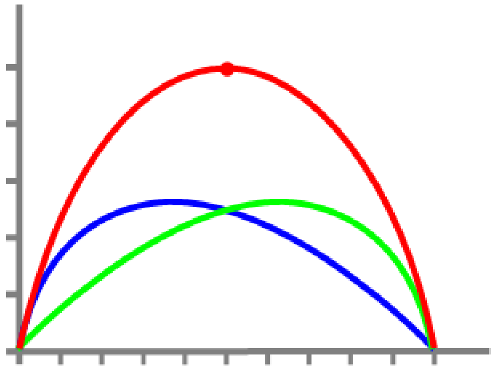
$$P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + P_3 \log_2 \frac{1}{P_3} + \cdots\cdots P_n \log_2 \frac{1}{P_n} = \sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i}$$ で表されます。

このとき、$\log_2 \frac{1}{P} = \log_2 P^{-1} = -\log_2 P$ と式変形できるので、$-\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$ と表すこともあります。

なお、$y = P \times \log_2 \frac{1}{P}, (0 \leq P \leq 1)$ のグラフは下図のような形になります。$P = \frac{1}{e} = \frac{1}{2.7182\cdots} = 0.3678\cdots$ のときに最大値 $0.5307\cdots$ をとります。



また、確率的な現象が二つあり、一方の出現確率が P 、他方の出現確率が $1-P$ のとき、情報量の期待値（平均情報量）を示す式は $P \log_2 \frac{1}{P} + (1-P) \log_2 \frac{1}{1-P}$ であり、グラフは次のような形をしています。$P = \frac{1}{2} = 0.5$ のときに最大値 1 をとります。



では、この式を使って表を完成させてみましょう。

確率的現象		情報量	卵の情報量（期待値）
白い卵である	白鳥が生まれる確率が 8/10	0.3219…	0.7219…
	黒鳥が生まれる確率が 2/10	2.3219…	
黒い卵である	白鳥が生まれる確率が 1/2	1	1
	黒鳥が生まれる確率が 1/2	1	

白い卵の情報量の期待値（平均情報量）は 0.7219…、黒い卵の情報量の期待値は 1 となりました。

さて、普通は、白い卵の方が確率的な予測がしやすく、情報量が多いと感じませんか？

宝クジの期待値が、人間の実際の感覚からズレていたように、情報量の期待値（平均情報量）というものも、確率の逆数の対数で計算していたときの簡単な情報量を理解したときの感覚とはかなりズレています。

どうやら、情報量とは違った視点から、情報量の期待値というものを意味付けする必要があるようです。

そうです、この辞書には情報が多いといった使い方で理解できた情報量とは異なる新しい意味を、情報量の期待値（平均情報量）に見出さなければなりません。

では、よく表を見て、情報量の期待値が高いとはどういうことを意味しているのか感じ取ってみて下さい。

黒い卵の方が白い卵よりも、確率的な変化の多様性・自由度といった表現で感じられる

ものが大きいこと、そのために予測が難しいということに気づかれると思います。

この新しい意味を感じ取った通信工学者・数学者のシャノン（1916−2001）は、この情報量の期待値（平均情報量）のことをエントロピーと名付けました。

情報量というものを理解した感覚をそのまま延長してエントロピーを理解しようとすると失敗します。

情報量とは異なるエントロピー専用の感覚を用意してエントロピーを考えようとしないために、宝クジにあったような感覚のズレが生じてエントロピーを理解できなくなる方が少なくないように思えます。情報量の延長で理解できない性質を示すからこそ新しくエントロピーと命名されたのです。

情報量を理解した感覚は、いったん忘れて下さい。もう、情報という言葉に拘る必要もありません。情報という意味を読みとれなくて悩む必要はありません。情報量という言葉を全て確率的稀少価値に読み替えて構いません。

そして、この世界のあらゆる変化は確率的であり、すべての確率的変化は、変化の多様性や自由度の大きさに違いがあり（もちろん同じものもあるが)、その大きさを示すものがエントロピーであるという視点を用意してください。

さらに言えば、 $P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + P_3 \log_2 \frac{1}{P_3} + \cdots\cdots P_n \log_2 \frac{1}{P_n} = \sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$ という数式も忘れてかまいません。

この数式から出発してエントロピーの意味を考えましたが、エントロピーとは、あらゆる確率的変化の多様性や自由度の大きさであるという意味が与えられた以上、この数式はエントロピーを表す様々な数式のひとつに過ぎないことがわかります。

この段階のエントロピー（情報量の期待値）は、「シャノンの情報エントロピー」と呼ばれました。物質世界を語るには不十分であり、先にクラウジウスによって発見された熱力学のエントロピーとは本質的に異なると考えられていました。

さて、互いに素な事象（現象）が、同時に2つ以上起こることなく、1つずつ時間をおいて発生するようなものを完全事象系と呼ぶことがあります。完全事象系で、起こった個々の事象の情報量の総和を求め、起こった事象の総数で平均をとることにより情報量の期待値と同じ式を導くことができます。

少々面倒ですが、シャノンの情報エントロピーとは何かということがわかりやすいので紹介しておきます。

****

【参考】　確率的な根元事象から求める場合の計算式

これ以上分割できない確率的現象のことを根元事象と呼ぶことがあります。どのような現象も根元事象の集まりであると考え、確率的な平均情報量をコツコツと計算して情報量の期待値と同じ式を導くことが可能です。詳細な説明は省きます。

各個の根元事象	E_1	E_2	…	E_n	全事象（ E_1 ～ E_n ）	
出現回数	a_1	a_2	$\cdots$	a_n	出現回数合計 $m=\sum_{i=1}^{n} a_i$	全出現回数を m とする
相対度数つまり出現確率	${a_1}/{m}$	${a_2}/{m}$	$\cdots$	${a_n}/{m}$	相対度数合計 $\sum_{i=1}^{n} {a_i}/{m}=1$	各確率の定義： $p_i=\lim_{m\to\infty} {a_i}/{m}$
	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	出現確率合計 $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$	
各情報量	$\log_2 \frac{1}{p_1}$	$\log_2 \frac{1}{p_2}$	$\cdots$	$\log_2 \frac{1}{p_n}$	情報量合計（積の形） $-\log_2(p_1p_1\cdots)(p_2p_2\cdots)\cdots(p_np_n\cdots)$	
	$-\log_2 p_1$	$-\log_2 p_2$	$\cdots$	$-\log_2 p_n$	p_1 は a_1 回、p_2 は a_2 回掛け合わせる。	

事象 E_x が m 回続いたときの　確率的な平均情報量は、各根元事象の個々の情報量の総計／根元事象の総出現回数　である。

$$\mathrm{H}(E_x) = \frac{1}{m}\left(\log_2\frac{1}{p_1}+\log_2\frac{1}{p_1}+\cdots+\log_2\frac{1}{p_2}+\log_2\frac{1}{p_2}+\cdots+\log_2\frac{1}{p_n}+\log_2\frac{1}{p_n}+\cdots\right)$$

p_1 は a_1 回分、p_2 は a_2 回分、・・・加える。

$$= -\frac{1}{m}\log_2\left(p_1\,p_1\cdots\right)\left(p_2\,p_2\cdots\right)\cdots\left(p_n\,p_n\cdots\right)$$

$$= -\frac{1}{m}\log_2\left(p_1^{\,a_1}\,p_2^{\,a_2}\cdots\,p_n^{\,a_n}\right)$$

$$= -\log_2\left(p_1^{\,a_1}\,p_2^{\,a_2}\cdots\,p_n^{\,a_n}\right)^{\frac{1}{m}}$$

$$= \; - \log_2\left(p_1{}^{\frac{a_1}{m}} \, p_2{}^{\frac{a_2}{m}} \cdots p_n{}^{\frac{a_n}{m}} \right)$$

$p_i = \lim_{m\to\infty} {}^{a_i}/_{m} \;\cong\; \frac{a_i}{m}$　とみなす。

$$= \; - \log_2\left(p_1{}^{p_1} \, p_2{}^{p_2} \cdots \, p_n{}^{p_n} \right)$$

$$= \; - \left\{ \log_2 p_1{}^{p_1} + \log_2 p_2{}^{p_2} + \cdots + \log_2 p_n{}^{p_n} \right\}$$

$$= \; - \left\{ p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + \cdots + p_n \log_2 p_n \right\}$$

$$= \; - \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i$$

$$= \; \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$$

・・・と求めることも可能ですが、情報量の平均値として、相加平均や相乗平均等ではなく、確率的重み付けをした平均は「情報量の期待値」であると理解するのが楽だと思われます。

****

さて、シャノンの情報エントロピーとは結局のところ、十分に長い時間が経過した（完全事象系において事象がほぼ無限回出現し、そのために大数の法則が働いた）ときの、系の平均情報量である、つまり系の平衡状態における平均情報量であると言うことができます。（情報量＝確率的稀少価値）

そこで、シャノンの情報エントロピーの計算に時間の概念を組み込むという工夫を加えてみましょう。もっと短い時間の、そう瞬間的な変化のみを捉えて、その多様性や自由度を測ってみようという試みです。何が出てくるか楽しみですね。

しかし、どうして、そのようなことを考えるのでしょうか？　それは、現実の世界で無限の時間経過を考える方が不自然だからです。

7.　非平衡状態における瞬間的平均情報量（entropy）：非平衡状態においてもつ瞬間的な確率的稀少価値の期待値

さて、そもそも時間の経過とは何でしょうか？　私たちは物質の位置関係などの変化を

通じて初めて時間の経過を知ります。太陽と地球の位置関係の変化から、1 年や 1 日の時間経過を知ります。何の変化も無い世界には、時間の経過はありません。

つまり、物質世界の変化が先にあり、時間の経過とは、変化を捉えようとする人間の世界認識の働きの中で生み出されたものに過ぎません。

次のような等速直線運動というものを想像してみましょう。

この移動速度を 2 m/sec としてみましょう。1 秒間に 2 m ずつ進むことがわかっているとします。

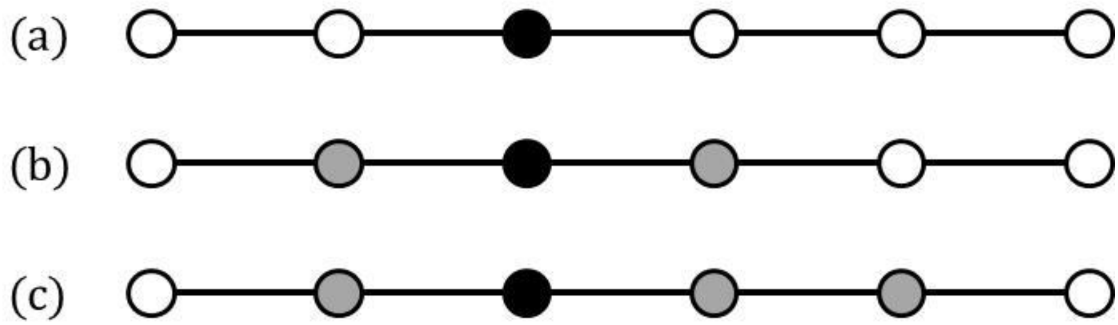
すると、時計の代わりに移動距離を使えることがわかると思います。1 秒の代わりに 2 m で、2 秒の代わりに 4 m で、経過時間を表すことができます。

時計も同じ仕組みです。等速直線運動の代わりに等速（等角度）円運動を使っているだけのことです。秒針や分針などが移動する距離を経過時間に言い換えているだけのことです。

ここで、エントロピーの物理単位について考えてみましょう。

エントロピーは、確率的変化の多様性や自由度の大きさであり、確率的変化を考える場面に応じて様々な物理単位をとることができます。

たとえば、次図のように直線上にある粒子（黒丸）が、ある一定時間経過後に、(a) 他の位置に移動する確率が 0 の場合、(b) 隣に移動する確率がある場合、(c) 更に遠くに移動する確率がある場合、などを比較すると、これらの距離を用いてエントロピーの大きさを表すことができます。



具体的には、確率を P_i とし、その移動距離を L_i とし、 $P_1L_1 + P_2L_2 + P_3L_3 + \cdots\cdots P_nL_n = \sum_{i=1}^{n} P_iL_i$ と計算したものをエントロピーとするのです。シャノンの情報エン

トロピーの式において、情報量（確率的稀少価値）に相当する部分を移動距離に置き換えました。宝クジで言えば賞金に相当する部分です。このエントロピーの物理単位は距離になります。もちろん便宜のために（情報量に相当する部分が指数的に変化する場合）、$\sum_{i=1}^{n} P_i \log_e L_i$ と対数をとっても構いません。

もはや、情報量の期待値（平均情報量）という呼び方は、もし面倒でなければ、確率的稀少価値の期待値（確率的稀少価値の確率的重み付平均値）と替えてもよいでしょう。エントロピーの物理単位は、確率的稀少価値（確率的変化量）の物理単位となります。無理をして情報という意味を読み取る必要はありません。

同じようにして、2 次元や 3 次元の距離空間における確率的な運動のエントロピーを考えるとき、$\sum_{i=1}^{n} P_i {L_i}^2$ や、$\sum_{i=1}^{n} P_i {L_i}^3$ で計算したものをエントロピーとします。エントロピーの単位は、それぞれ距離の 2 乗と、距離の 3 乗になります。

少し言い換えておきましょう。3 次元の運動の確率性（不確定性）によって生まれるエントロピー（確率的変化量の期待値）の物理単位は、1 次元の距離の 3 乗です。

さて、先ほどの図では一定時間経過後の確率的移動距離を考えましたが、一定時間としてどの程度の時間を考えればよいでしょうか？

おそらく任意の時間間隔でエントロピーを考えることが可能でしょうが、時間が長ければ長いほど確率的多様性の大きくなることが多いので、計算、つまり取り扱いが難しくなります。そのため実用的には、確率的な変化が起こる最小時間をもってエントロピーを計算する必要があると思われます。（これは、すぐにもっと正確な説明に変更します。ここでは順を追って理解を進めていくために最小時間という言葉を用いました。これによって生じる誤解を後で修正します。）

実際、こうすることによって、非平衡状態でも変化の場を準静的に捉えることができ、平衡状態における計算方法を用いることができるようになります（詳細は参考資料 3 を参照）。

つまり、いかなる変化も最初の一歩のみを評価の対象とするのです。そのような最小時間（最短時間）を、ここでは日常的な用語を用いて瞬間的と呼んでおきたいと思います。

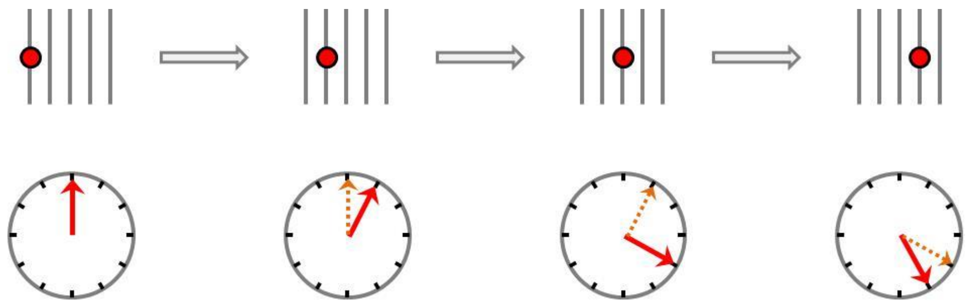
ここで、エントロピーの定義を書き直しておきます。

この世界のあらゆる変化は確率的である。確率的変化は、多様性や自由度の大きさに違いがある。世界の全部又は一部（系）の瞬間的な変化確率の期待値（瞬間的平均情報量に相当）を系のエントロピーと定義する。このとき確率的変化量の物理単位がエントロピーの物理単位となる。

そして重要なことは、たとえば先の例のように 1 次元の瞬間的確率的移動距離の期待値をエントロピーとする時、その物理単位は L（距離 : 例えばメートル）であって、L/T（T : 時間)、たとえば m/s（メートル／秒）ではないということです。

速度の 2m/s は比例定数ですが、エントロピーはそのような時間経過に比例する定数ではありません。「瞬間」によって経過した時間（？）を、時間では表現できません。「瞬間」をいくら連ねても、大きさのある時間経過にはなりません。先に、最小時間（最短時間）という言葉を使ったのは間違いですが、理解の便宜のために用いました。

例えば、次図の上に示すある系（世界）において、変化が 1 段階ずつ進む場合、下に示す別の系の時計で経過時間を測定すると、図のようにバラバラで相関関係の無い時間経過である可能性もあります。



「瞬間」とはどの段階のことを指すのでしょうか？　最小の変化が起こるのに要した時間ではありません。先の図で示された 1 段階の変化に要した時間ではありません。「瞬間」とは、まさに最小の変化が起ころうとしている「今、この瞬間」のことです。

つまり、瞬間とは「今」なのです。

なお、マクロな変化の進行により増えていく（あるいは減っていく）エントロピーの変化そのものが時間経過であるという考え方もあります（詳細は参考資料 3 を参照)。変化の無い世界に時間は無いということです。

さあ、物理学（熱力学）のエントロピーを扱う準備が整いました。

8.　カルノーサイクル

気体についてのボイルの法則（温度が一定のとき体積 V と圧力 P は反比例 $PV = k_1$ ）やシャルルの法則（圧力が一定のとき体積 V は温度 T に正比例 $V = k_2T$ ）というものがあったのを覚えていますか？　それらを合わせた理想気体の状態方程式 $PV = RnT$ （R は比例定数、n はモル数：気体分子の個数に相当）という式があったのを覚えているでしょうか？

カルノーサイクルとは、 $PV = RnT$ （が成立する理想気体を加熱したり冷却したり、膨張させたり（気体は外部に仕事をする)、圧縮したり（外部は気体に仕事をする）して、ピストンを動かす架空の可逆機関（エンジン）のことです。摩擦が無いとか、気体分子に位置エネルギーが無いとか、といった現実にはありえない仮定の下で考える思考実験装置であり、カルノー（1796−1832）が提案しました。

カルノーサイクルを理解できなくても、今後の説明に支障はありませんので、詳しい説明は省略します。熱力学のエントロピーという概念が、こういう実験から生まれて来たということを感覚的に理解するだけで構いません。参考までに簡単な説明を付けておきます。

記号、略字の説明

$\boldsymbol{P}$　：シリンダー内の気体の圧力

$\boldsymbol{V}$　：シリンダー内の気体の体積

$\boldsymbol{T}$　：シリンダー内の気体の温度

$\boldsymbol{T_H}$　：高温（温度一定の高温：等温）

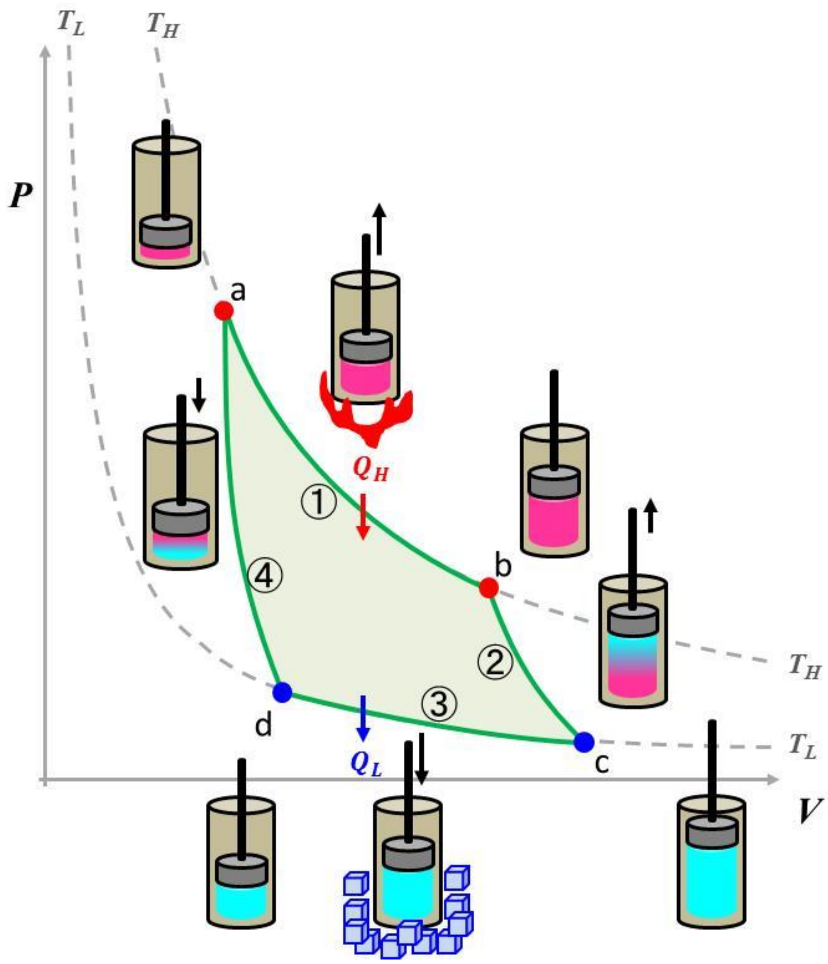
$\boldsymbol{T_L}$　：低温（温度一定の低温：等温）

$\boldsymbol{Q_H}$　：高温度の等温時に、加熱によって気体に加える熱量（エネルギー）

$\boldsymbol{Q_L}$　：低温度の等温時に、冷却によって気体から奪い取る熱量（エネルギー）

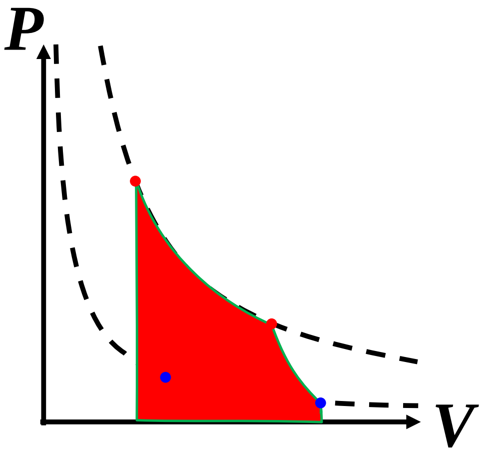
$\boldsymbol{W_H}$　：高温度の等温時に、気体が膨張しピストンを押して外部にする仕事（エネルギー）

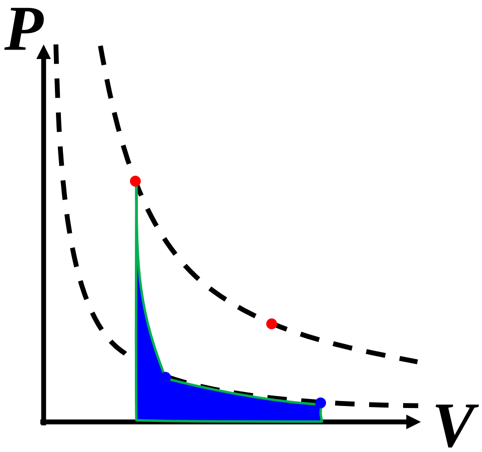
$\boldsymbol{W_L}$　：低温度の等温時に、外部がピストンを押して気体を圧縮させるためにおこなった仕事（エネルギー）



<table>
<tr><td>①</td><td>a → b</td><td>等温・膨張
Isothermal
Expansion</td><td>気体を加熱する．
膨張させて温度を T_H に保ちながら．
気体の熱量は Q_H 分だけ増加</td><td rowspan="2">気体はピストンを押し
外部に仕事 W_H をする</td></tr>
<tr><td>②</td><td>b → c</td><td>断熱・膨張
Adiabatic
Expansion</td><td>途中で加熱を止めて断熱する．
まだ高圧なので膨張を続ける．
温度は T_H から T_L へ低下</td></tr>
<tr><td>③</td><td>c → d</td><td>等温・圧縮
Isothermal
Compression</td><td>気体を圧縮する．
冷却して温度を T_L に保ちながら．
気体の熱量は Q_L 分だけ減少</td><td rowspan="2">気体は外部から仕事 W_L をされ
ピストンに押し込まれる</td></tr>
<tr><td>④</td><td>d → a</td><td>断熱・圧縮
Adiabatic
Compression</td><td>途中で冷却を止めて圧縮する．
まだ低圧なので圧縮できる．
温度は T_L から T_H へ上昇</td></tr>
</table>

カルノーサイクルでは、1サイクルで、$\boldsymbol{Q}_H - \boldsymbol{Q}_L$ の熱量が $\boldsymbol{W_H} - \boldsymbol{W_L}$ の仕事に変わります。 $\boldsymbol{W_H}$ は次の左図の面積で示され、$\boldsymbol{W_L}$ は右図の面積で示されています。





9.　クラウジウスのエントロピー

さて、クラウジウス（1822－1888）は、カルノーサイクルのように仮想的な可逆変化では $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L}$ となりますが、現実のエンジンで（不可逆変化がおこるとき）は $\frac{Q_H}{T_H} > \frac{Q_L}{T_L}$ であることに気づきました。

つまり、$S_H = \frac{Q_H}{T_H}, S_L = \frac{Q_L}{T_L}$ というものを計算すると、(外界とエネルギーのやり取りのない）閉鎖的な世界の中で不可逆変化が起こる時は、必ず、$\Delta S = S_H - S_L > 0$ となっていました。

また、このとき、 $T \approx T_H \approx T_L$ （≈：ほとんど同じ）と温度変化がほとんど起こらない準静的な変化を考えて、$\Delta Q = Q_H - Q_L$ とし、$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ と表現することもあります。

こうして、S はエントロピーと名付けられ、「熱は必ず高温から低温に拡散する。閉鎖世界の中で熱の移動が起こるとき、必ず世界全体のエントロピーが増大する。したがって閉鎖世界のエントロピーは最大平衡に向かって増大し続ける」という熱力学第 2 法則が発見されました。

熱力学第 2 法則は、「確率的に起こりやすいことは、実際にも起こりやすい。確率的に起こりにくい状態にあるものが変化するときは、確率的に起こりやすい状態に向かって変化することが多く、変化に勢いがある時は不可逆的に見える」という当たり前のことを言っ

ているに過ぎません。

では、ここでクラウジウスのエントロピーの物理単位について考えてみましょう。

エネルギー Q の単位は J（ジュール）です。基本単位では $J = ML^2T^{-2}$ （この T は時間のこと）となりますが、ここでは基本単位にまで分解する必要はないので J を用います。

絶対温度 T の単位は K（ケルビン）ですが、温度とは原子・分子の 1 個が持つ運動エネルギーや、それによって生じる熱線（温度に応じて放射される電磁波）の持つエネルギーのことなので、物理単位は、比例定数を省略して $K = J/m^3 \cdot mol$ （ジュール／立方メートル・モル）であると考えることができます。

そこでクラウジウスのエントロピーの単位は、｛エネルギー／絶対温度｝の単位、つまり $J/K = J/(J/m^3 \cdot mol) = m^3 \cdot mol$ の単位を持っていることがわかります。これは距離の 3 乗（×粒子の個数）です。

先に「3 次元の運動の確率性（不確定性）によって生まれるエントロピー（確率的変化量の期待値）の物理単位は、1 次元の距離の 3 乗である」と説明しました。温度に応じた熱線も運動エネルギーの中に組み込んで考えると、物理単位が一致していると見ることができます。

なお、クラウジウスのエントロピーの定義から、逆に温度を定義することも行われています。熱量のごく微小な変化 δQ とそれによるエントロピーのわずかな変化 δS を測定できるときは、$T = \frac{\delta Q}{\delta S}$ によって熱力学的温度を求めることができます。定義式より温度の物理単位は $J/m^3 \cdot mol$ となります。

さて、クラウジウスのエントロピーの持つ物理的意味を深く追求したのがボルツマンやギブズです。

10. ボルツマンのエントロピー解釈

ボルツマン（1844－1906）はクラウジウスの $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ の物理的意味を追求し、それが確率的な状態変化と深い関係にあることに気づき、$S = k \log W$（k：比例定数）という関係を考えました。

ボルツマンの W は、平衡状態における確率的多様性と解釈されてきましたが、先に説明したように、平衡状態ではなく非平衡状態における瞬間的な確率的変化の多様性と解釈すべきです。エントロピーは本来「変化そのもの」を捉える動的概念であり、決して「静的概念」ではありません。静的な状態の数による説明は間違っていると言えます。（詳細は参

考資料２を参照）

また、ギブズ（1839－1903）は、シャノンの情報量期待値と同じような形の式 $\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$ を考えたようです。

後から発見されたシャノンの情報エントロピーは、式の形が熱力学のエントロピーと似ていたので、同じくエントロピーと命名されたようですが、エントロピーの本質にとって重要なことは、確率的変化量の期待値であるということです。そして、平衡状態の確率ではなく、今その瞬間における変化の確率であるということが重要です。

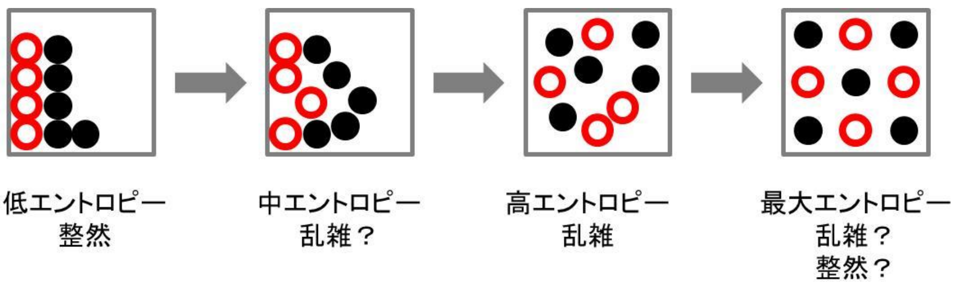
11. エントロピーは乱雑さではない

エントロピーは、「変化し続けているある系が持つ瞬間的確率的変化の自由度・多様性の大きさ」のことであり、決して「系の乱雑さの度合い」ではありません。

エントロピーを乱雑さで説明するような間違いは、アメリカでは１０年以上前から排除され始めています。残念なことに、日本ではエントロピーとは乱雑さのことであると紹介する解説者が後を絶ちません。

「乱雑さ」とは感覚的な概念です。ある系を見て、乱雑であると感じるか、整然としていると感じるかは個人差があります。そのようなものは物理的な基準にはなりえません。

エントロピーが大きな系は、エントロピーが小さな系よりも「変化が大きく激しい」ので、結果的には「乱雑化しているように見えることが多い」。ただそれだけのことです。



人間は、見ている世界の情報量が多すぎると、脳が疲労する原因となるので乱雑だと感じます。整然としている世界は、扱う情報量が少なくて済むので脳は楽に感じます。

系の最大エントロピーでは、系を構成する要素が均一に分布するので、むしろ整然と見えるようになります。エントロピーは決して乱雑さのことではありません。

自然の穏やかな風景を見ているとき、脳はそれを楽に感じます。エントロピーが大きく情報量が豊富でも、自然の風景をうまく処理できるように進化した人間の脳は、自然の風

景に苦痛を感じず、それを乱雑であるとは見ません。

しかし、ゴミが散らかった乱雑な風景を見るとき、たとえ情報量の少ない単純な風景であっても人間の脳はそれを苦痛に感じます。

これまでの熱力学（原子論に拠らないで熱現象を解釈する物理学）、統計力学（熱を多数の分子の運動の激しさと見て統計的に熱現象を解釈する物理学）、化学熱力学（化学反応へ応用した熱力学・統計力学）の説明には、エントロピーを乱雑さで理解させようとする間違った説明が多いので注意しましょう。

さて、第 1 節「はじめに」において、エントロピーを測定できるようになると、物事の変化を予測できるようになりますと述べました。これから先は、エントロピーをどのように使って世界の理解に役立てるかを説明します。

12. 不可逆的なエントロピー変化の向きを決めるもの

何についての説明でも構わないのですが、何らかの確率的変化についてエントロピー変化という言葉が出てきたときは、それがエントロピー［ルール］の変化について述べているのか、エントロピー［値］の変化について述べているのかを区別する必要があります。

エントロピー［ルール］ とは、世界（系）の確率的状態を決める条件のことです。ある一定の確率的条件の下では、時間が十分に経過すると、系は平衡状態に到達します。このとき系がとる状態は、確率的に最も起こりやすい状態である可能性（または確率的に最も起こりやすい状態群に含まれている可能性）が大きいと考えられます。

『確率的に最も起こりやすい状態群』の意味を正確に説明しておきます。例えば 1 秒ごとに内部状態が変化していく系があり、1000 種類のミクロ的に区別できる状態を等確率でランダムにとると仮定します。また、1000 種類のミクロ状態は、マクロ的には ABCD の 4 つの状態群に区別され、A 群には 5 種のミクロ状態（No.1～No.5）が含まれ、B 群には 50 種（No.6～No.55）、C 群には 145 種（No.56～No.200）、D 群には 800 種のミクロ状態（No.201～No.1000）が含まれているとします。このとき A 群に含まれる No.1 の出現確率も、D 群に含まれる No.300 の出現確率も、ともに同じく $1/1000$ です。しかし、マクロ状態では、D 群は A 群の $800/5 = 160$ 倍の大きな出現確率を持っています。確率的に最も起こりやすい状態群は D 群となります。

現実世界の変化では、多くは条件付き確率であり、変化前の状態によって次の状態の確率が影響を受けます。そのため全ミクロ状態が等確率に出現するようなことはなく、状態群という考え方を導入する必要はありません。

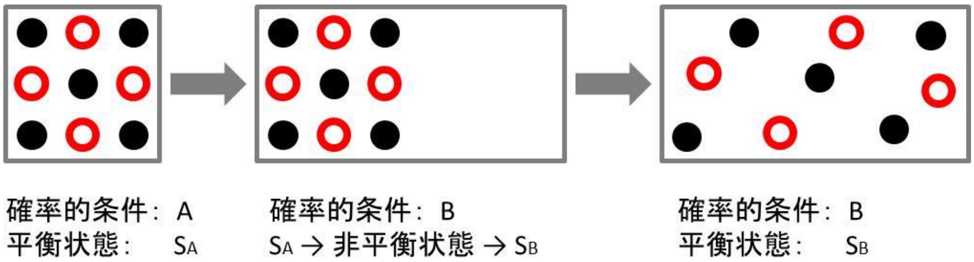
エントロピー［値］ とは、その時々（瞬間、瞬間）におけるエントロピーの大きさのことです。系の瞬間的な変化確率の期待値（瞬間的平均情報量）が系のエントロピーなので、

確率的変化が多様であるほど、変化の自由度が大きいほど、エントロピーは大きな値となります。

エントロピー［ルール］が変化すると、系は新しい条件によって決まる平衡状態に向かってエントロピー［値］を変化させていきます。

例を2つ示します。

1つ目は、箱の中で赤玉と黒玉がランダムに振動しているようなものを考えます。平衡状態では、赤玉と黒玉が十分に混ざり合います。そこで箱の大きさを 2 倍に拡大します。玉の移動できる空間の大きさが拡大することは、エントロピー［ルール］の変化です。新しい確率的条件の下での平衡状態に向かって玉の分布は少しずつ変化していきます。



エントロピー［ルール］の変化とエントロピー［値］の変化との間には時間的なズレが生じていることに着目してください。

2つ目は、混合の実験です。

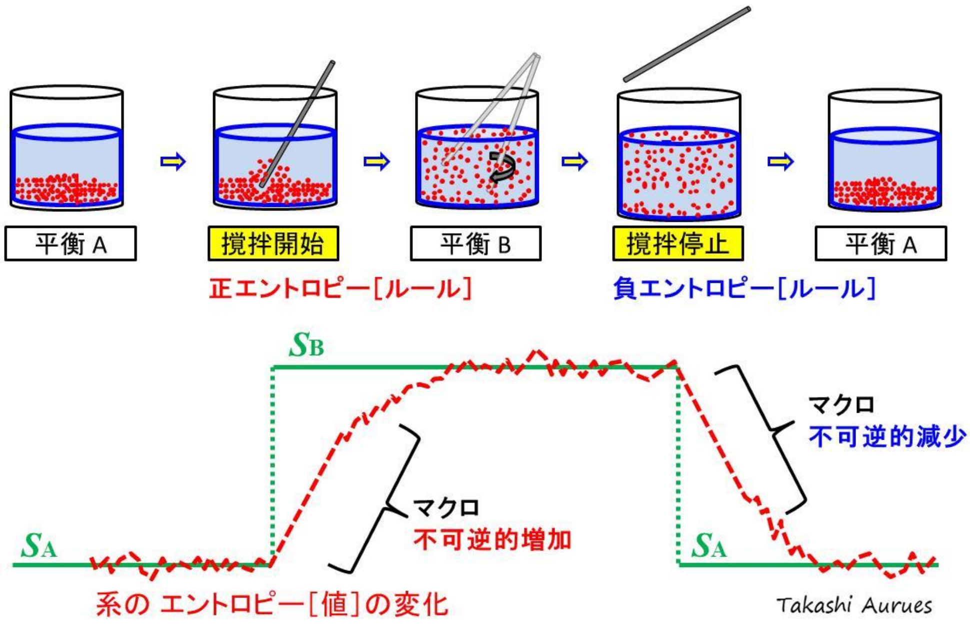
水より重く、水に溶けない小さな砂金の粒が、水の入ったビーカーの底に沈んでいるものとします。十分に長い間静置され、系は平衡状態にあり（平衡 A とする）、そのエントロピーを S_A とします。

平衡状態とは、運動が止まった状態ではありません。いろいろな運動がほぼ釣り合って対称的になっていることを意味するにすぎません。図で、エントロピー［値］を示す赤の破線が上下に振動している様子は、平衡状態におけるエントロピー［値］変化の可逆性を示しています。

水の撹拌（かくはん）を開始すると、砂金は舞い上がります。一定の撹拌を十分な時間続けると、砂金の舞い上がった状態が維持されます。これを平衡 B とし、そのエントロピーを S_B とします。

図に示すように、平衡 A から平衡 B に向かうとき、エントロピー［値］は不可逆的に増加します。この不可逆的な増加は、あくまで肉眼的な見た目の増加傾向であり、ミクロな可逆性を否定しているわけではありません。エントロピー［値］の減少が起こる確率が極

めて小さいためマクロには観察されにくいということです。撹拌は、系のエントロピーを増大させるので<u>正エントロピー［ルール］</u>と呼ぶことにしましょう。



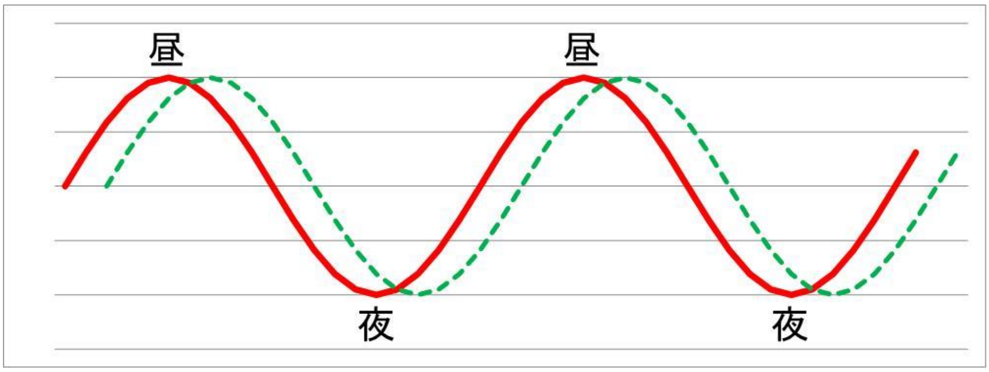
系が平衡Bにあるとき､撹拌を停止すると砂金はビーカーの底に向かって沈み始めます。平衡 B から平衡 A に向かうとき、エントロピー［値］は（見た目）不可逆的に減少します。撹拌停止は、系のエントロピーを減少させるので<u>負エントロピー［ルール］</u>と呼ぶことにしましょう。

実は、この混合の実験例のようなエントロピー変化を、私たちは地球上で毎日見ています。

地球上で太陽の当たる面は昼間であり、気温が上昇して物質の移動が活発になります。人間の社会的活動も昼間に活発になります。

太陽の当たらない面は夜であり、気温は下がり、物質の移動が不活発になります。

図の赤い曲線は、太陽から地上に注がれる光エネルギーの大きさを示し、緑の曲線は、太陽の光に少し遅れて気温や物質移動の活性が変化している様子を示しています。



エントロピー［ルール］が周期的に、漸増的あるいは漸減的に変化し、刻々と変化する平衡状態を追いかけてエントロピー［値］が変化しています。

そして、たとえミクロな変化が可逆的であったとしても、大きな全体的な変化は不可逆的に進むということが重要です。

浜辺に打ち寄せる波は、岸に近づいたり、沖に遠ざかったりを可逆的に繰り返します。これがミクロ可逆性です。しかし、潮全体はゆっくりと、何時間もかけて岸に近づいて満潮になったり、沖に遠ざかって干潮になったりします。この大きな動きがマクロ不可逆性です。多分に相対的な話です。

平衡状態ではマクロな動きが止まったように見え、ミクロな可逆性が目立つようになります。

さて、「熱は必ず高温から低温に拡散する。閉鎖世界の中で熱の移動が起こるとき、必ず世界全体のエントロピーが増大する。したがって閉鎖世界のエントロピーは最大平衡に向かって増大し続ける」という熱力学第 2 法則は、実はこのマクロ不可逆的なエントロピー増加の部分だけを捉えています。

では、マクロ不可逆的なエントロピー減少の部分をどのように理解すればよいのでしょうか。

これはかなり難しい話になります。なぜならば、地球上の生命活動は、詳しくは後で説明しますが、マクロ不可逆的にエントロピーが増大している世界の中に存在する散逸構造（さんいつこうぞう）であり、我々人間は、マクロ不可逆的にエントロピーが減少している世界に馴染みが無いからです。人間の使う言葉自体が、マクロ不可逆的エントロピー増大世界をうまく表現できるように発達してきましたから、マクロ不可逆的エントロピー減少の世界を考えることは難しいことです。

それでも混合の実験でわかるように、マクロ不可逆的なエントロピー減少の世界も存在することが示されているので、熱力学第 2 法則は、両方向のマクロ不可逆性を含むように、

より一般的に修正しておくことが望ましいでしょう。

13. 熱力学第 2 法則の修正

自発的な変化の不可逆性についての次の法則を第２法則とします。

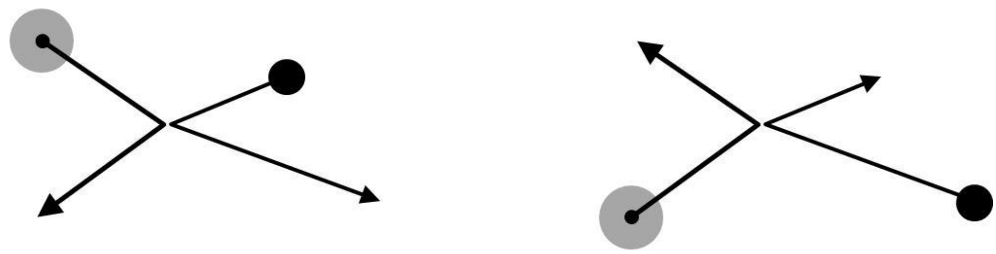
（たとえミクロ可逆的な変化によって構成されている系においても）確率的に起こりにくい系の状態（または状態群）は、確率的に起こりやすい系の状態（または状態群）に向かって、マクロ不可逆的に（自然に自発的に）変化が進む。

エントロピー［ルール］の変化に応じて、エントロピー［値］が不可逆的に増大することもあれば、不可逆的に減少することもあるでしょう。

第 2 法則の要点は、可逆的な変化であっても、多数の変化が集まっているときには確率の性質によって不可逆性が生まれるということです。ただし、その不可逆性は不完全なものであり、可逆変化の起こる確率が極めて小さいということを意味しているにすぎません。

なお、ニュートン力学では時間に決まった向きは無く、運動はすべて可逆的であって時間対称性があるのに、現実の世界の運動はすべて不可逆的です。その不可逆性を説明するのにエントロピーの不可逆的増大が用いられることがあります。

しかし、量子力学的な世界観では、粒子の存在も確率で表現されており、原子の衝突といったレベルでもミクロ不可逆性を示唆しています。もしかするとミクロ可逆性というものが認められるのは真空中の光（電磁波）だけかもしれません。素人発想ですが。



14. ラプラスの悪魔はサイコロを振る

ラプラス（1749－1827）は、この宇宙世界のある瞬間における全状態（たとえば原子がどこに存在していて、どのような運動状態にあるかといった情報の全て）を掌握している知性の存在を仮定できるならば、この知性は（ニュートン力学の計算により）世界の過去・現在・未来を全て示すことができるという決定論を表明しました。この知性はラプラスの悪魔と呼ばれるようになりました。

現代では、ニュートン力学的な決定論は否定されていますが、確率論的な決定論は可能です。たとえば、私の脳の血管が突然破れるなんてことは、確率的には十分起こり得る話

です。私に隕石が衝突することは、確率的には脳出血よりも小さい出来事でしょう。このように未来の出来事は、確率的にはすでに決定していると考えることは可能です。

つまり、我々は、エントロピー［ルール］の変化を知り、エントロピー［値］の変化を測定できるのならば、どのような世界であっても変化の推移を確率的に知ることができるということです。

しかし、複雑な世界についてすべての確率的変化を直接知ることは不可能です。

そこで、エントロピー［ルール］やエントロピー［値］の変化を、測定しやすいエネルギーの変化をもって間接的に知るという工夫が役に立ちます。

15. エネルギーとエントロピー

いろいろな物理変化や化学変化の前後において変化しない物質量があります。これを保存量と呼びます。質量、運動量、エネルギーの三つが保存量として知られています。

物理の基本単位で考えると、時間 T が距離 L に等しいと見る場合、自然数 x について $L^xT^{-x} \equiv L^xL^{-x} = L^0 = 1$ となるので、3 種類の保存量は質量 M に集約できることがわかります。

質量	M	運動量	MLT^{-1}	エネルギー	ML^2T^{-2}
長さ	L	力積	MLT^{-1}	気体の PV	ML^2T^{-2}
時間	$T \equiv L$	圧力 P	$ML^{-1}T^{-2}$	気体の RnT_k	ML^2T^{-2}
個数 mol	$N \subset M$	温度 T_k	$ML^{-1}T^{-2}N^{-1}$		
光速度	c			エントロピー	
速度	LT^{-1}			気体の S	L^3N
加速度	LT^{-2}				
力 $force$	MLT^{-2}				

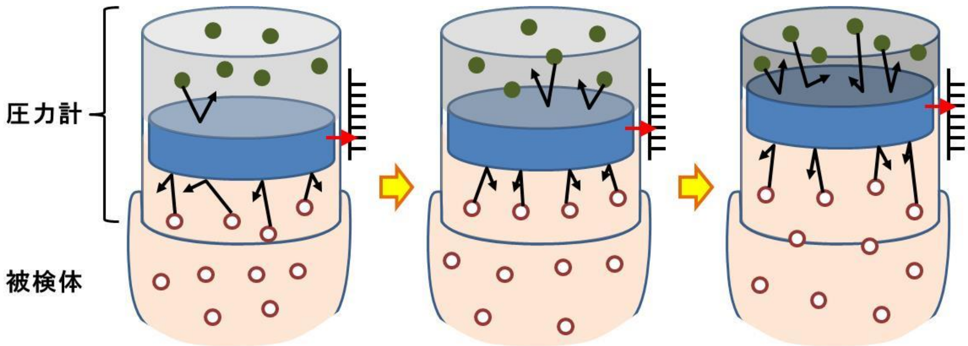
気体定数 $\mathrm{R} = 8.31\,\mathrm{J}/mol \cdot T_k \rightarrow 8.31\,ML^2T^{-2}/N \cdot ML^{-1}T^{-2}N^{-1} = 8.31\,L^3$

力×作用時間 $MLT^{-2} \times T$ は力積 MLT^{-1} 、力×作用距離 $MLT^{-2} \times L$ は仕事 ML^2T^{-2} です。単位を見ればわかるように、仕事はエネルギーです。

圧力は、単位面積当たりの押す力 force なので、 $MLT^{-2}/L^2 = ML^{-1}T^{-2}$ という単位を持ちますが、これは $ML^{-1}T^{-2} = ML^2T^{-2}/L^3$ と変形できるので、圧力とは粒子が持つエネルギーの空間密度のことであると理解できます。

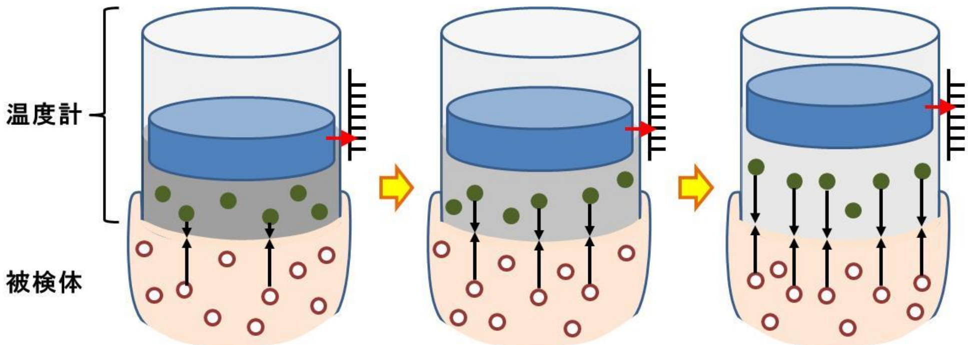
次図は圧力測定のイメージです。わかりやすくするため著しく単純化しています。十分大きな被検体に圧力計を当てます。圧力板に衝突しない粒子の動きを示す矢印は消去して見やすくしています。圧力計内部の粒子と被検体の粒子が圧力板を挟んで押し合いをしま

す。押し合いが釣り合ったところで目盛を読みます。



温度は、単位を見てもわかるように、1 個 1 個の粒子が持つ平均圧力のことであり、1 個 1 個の粒子が持つ平均的な運動エネルギーの空間密度のことです。

次図は接触法による温度測定のイメージです。十分大きな被検体に温度計を当てます。温度計の粒子と被検体の粒子が衝突し合い、エネルギーの授受（熱の移動）を行います。衝突できなかった粒子は、エネルギーの授受に関与することなく戻ります。粒子同士の衝突でない動きを示す矢印は消去して見やすくしています。温度計と被検体の各粒子の平均的な運動エネルギーが等しくなったところで温度計の目盛を読みます。



なお、ここでは質量 M の中に個数の単位 N が含まれていると考えています。粒子 1 個 1 個の平均質量を μ とするならば、系全体の質量は $M = \mu N$ となります。

先に述べたように、エントロピーの物理単位は、確率的変化量の物理単位で決まります。変化量の種類に応じて様々な物理単位が考えられます。

気体の熱力学的なエントロピーの物理単位は L^3N （距離の 3 乗×粒子の個数）です。1 個 1 個の平均エントロピー（単位は距離の 3 乗）を粒子の個数分だけ乗じています。

ここで、エネルギー×作用距離 $ML^2T^{-2} \times L = ML^3T^{-2} = \mu NL^3T^{-2}$ というものを作ってみると、その物理単位の中にエントロピーの単位 L^3N が含まれていることに気づきます。

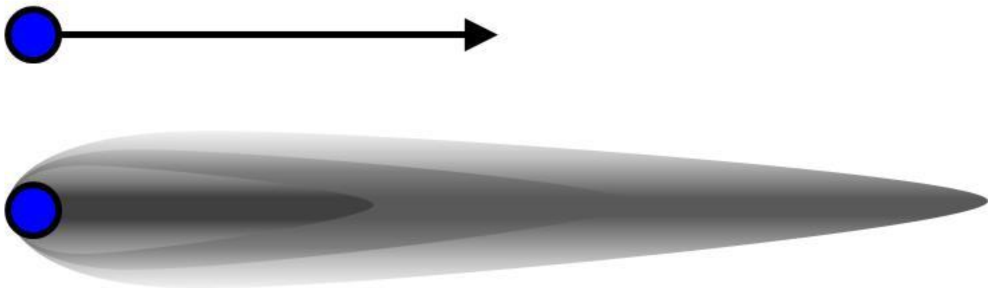
これを、速度 LT^{-1} や加速度 LT^{-2} の物理単位と比較すると、エネルギー×作用距離が、エントロピー加増減度とでも呼べるようなものに見えてこないでしょうか。

多少無理はありますが、こういう着意に基づいて、「エネルギーの移動はエントロピーを運ぶ」と考えてみることにしましょう。

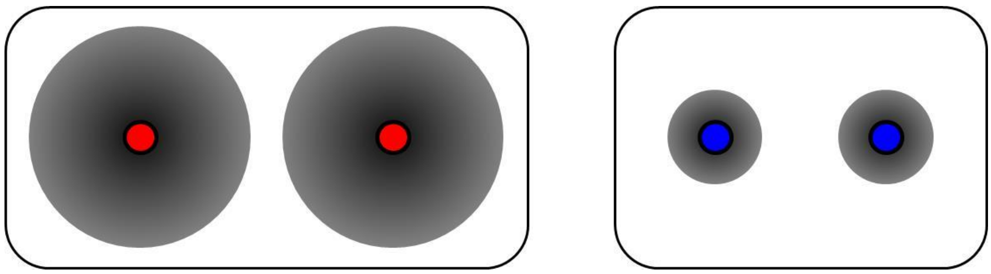
つまり、エネルギーが系 A から系 B に移動すると、系 A と系 B のエントロピー[ルール]を変え、その結果、系 A のエントロピー［値］が減少し、系 B のエントロピー［値］が増加する。その様子は、まるでエネルギーがエントロピーを運んでいるように見えるということです。

例えば熱の移動によって起こることは、エネルギーの移動とエントロピーの移動という視点で見ると、次のように理解できます。

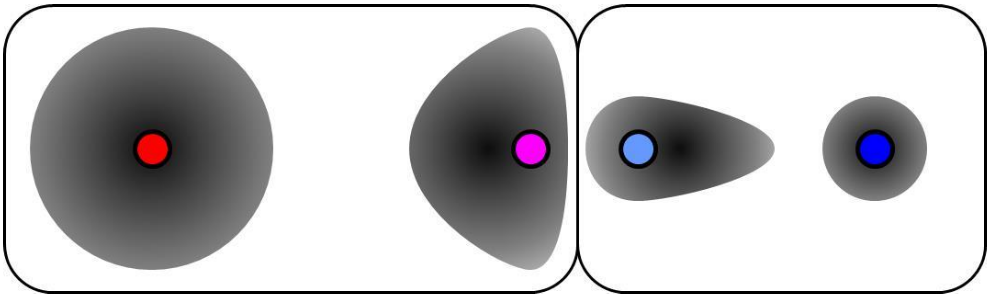
まず、通常は次の上図のように描かれることの多い粒子の運動は、実際には下図のように向きも大きさも確率的なものであると考えてみましょう。



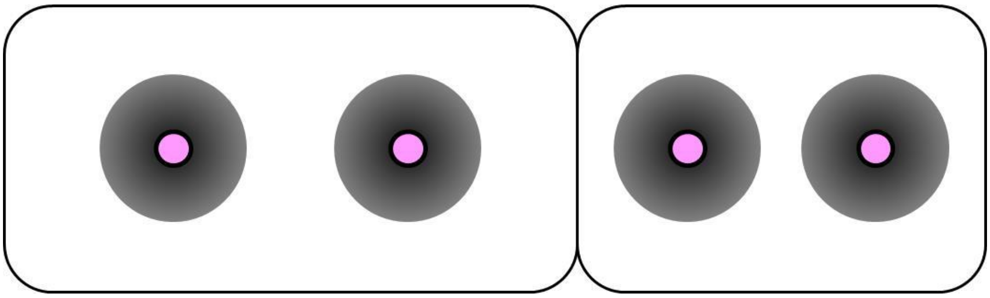
そうすると、粒子の運動は、向きについてのエントロピーと大きさについてのエントロピーを持っていることがわかります。ひとつの系を構成する全粒子の平均的な運動を描くと次図のようになります。左は高温の物体、右は低温の物体です。運動を平均化して示しているので全方向を向いています。



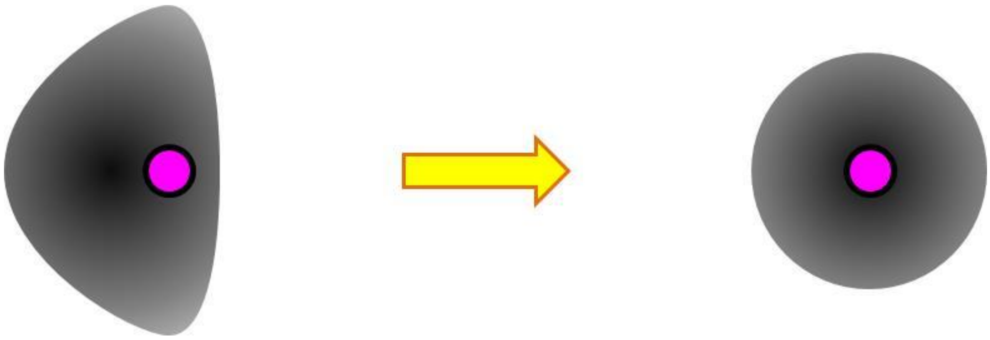
この二つの物体を接触させると次図のように粒子の衝突により運動エネルギーが移動を、つまり熱エネルギーが高温の物体から低温の物体に移動し始めます。



十分な時間が経過すると、両物体の温度は等温になります。



運動の向きも大きさも確率的であるがゆえに、まるで波打つ水のように向きの偏りがなくなる様子をイメージすることができます。



粒子の運動を非確率的に、向きや大きさにエントロピーは無いと考えて、一本の矢印で描く場合も、粒子を大きさの無い質点と考えず、大きさがあると考えれば、粒子と粒子が斜めに衝突することによって、向きがバラついて行く様子をイメージすることができます。多数の粒子から構成される系においては、一つ一つの粒子の向きや大きさを区別して扱うのは難しく、結局は多数の粒子についてその運動を確率分布で扱うことになります。その結果、粒子の運動が確率的であって、向きや大きさにエントロピーがあると考える場合と同じことになります。

たとえ確率的でない運動であっても、そのような運動が多数集まって相互に関連し合うとき、全体に確率的性質が生まれてくるという部分は、熱力学第 2 法則で述べたこと「可

逆的な変化であっても、多数の変化が集まっているときには確率の性質によって不可逆性が生まれる」とよく似ています。

人間社会でも見られる現象ですね。要素が集まって小集団を作り、小集団が集まって大集団を作り、・・・と階層構造を成すとき、下位構造には無い性質が上位構造に生まれるということは普通に見られることです。

エネルギーの移動がエントロピーを運ぶ簡単な例は、光の移動です。光が物体に吸収されると、物体を構成する粒子の運動が激しくなり、熱に変わります。

太陽光は、太陽からエントロピーを奪い、地球にエントロピーを与えています。

正確に言うと、太陽光は地球に到達し、地球表面のエントロピー［ルール］を変えます。地球表面の万物のエントロピー［値］は、太陽光を受けたために生じた新しいエントロピー［ルール］によって決まる平衡状態のエントロピー［値］に向かって増大し始めます。

しかし、夜になると、太陽光が来なくなったために生じた新しいエントロピー［ルール］によって決まる平衡状態のエントロピー［値］に向かって、地球表面の万物のエントロピー［値］は減少し始めます。つまり、太陽光の届かない側の地球表面では放射熱（熱線）というエネルギーが地球表面から宇宙に逃げ、地球表面は冷えます。

地震や深海熱水噴出孔周囲の生命活動などを除き、地球表面のあらゆる物質反応は、太陽光により引き起こされています。私が今生きているのも、ものを考えているのも、この原稿を書いているのも、すべては太陽光によるエントロピー［ルール］変更に由来する変化です。太陽神信仰は、科学的には正しい信仰だと言えるかもしれません。

エネルギーが移動することで、エネルギーを失った側でエントロピーが減少し、エネルギーを受けた側でエントロピーが増大することは明らかな関係ですが、どのような種類のエネルギーがどれだけ移動したとき、どのような種類のエントロピーがどれだけ増大するのか、その定量的な関係は、まだあまり明らかになっていません。

しかし、これは重要な性質ですが、原子などの粒子が持つエントロピーの中で、最も自由勝手なエントロピーは熱エントロピーであると考えられます。粒子が持つ様々な種類のエントロピーは、熱エントロピーに向かって変化していく傾向があるようです。すべてが熱エントロピーになるわけではなく、全エントロピーの総和が極大となるところで釣り合うようです。熱エントロピーは自由勝手度が大きく、全エントロピー増大に対する寄与が大きいので、種々のエントロピーが熱エントロピーに向かって変化していく傾向が目立つのでしょう。これは熱力学第 2 法則そのものですが、ここでは特に**トムキンスの法則**と呼んでおきましょう。

さて、化学者はエントロピーを計算して化学反応がどのように進むかを予測しています。

しかし、我々が、あらゆるエントロピーの種類や量を掌握することは不可能です。確率的現象の種類も数も多すぎるからです。

そこで化学者は、『エネルギーがエントロピーを運ぶ』ように見えるという特性を利用して、自発的に起こる化学反応の向きを予測します。

16. 自由エネルギーについて

あらゆる変化について、確率的な状態を全て完全に掌握できるのであれば、変化がどちらに進むのかはエントロピーのみの計算で、確率的な予測をすることが原理的には可能です。どのような世界においても、確率的に起こりやすい変化が多く起こるという単純な性質で変化を予測することが可能です。

では、ギブズの自由エネルギー変化と呼ばれるものに相当する『ギブズの自由エントロピー変化』について先に説明します。ある物質系の中で、ある小さな化学反応が起こりやすいか、起こりにくいかを、エントロピーの変化で予測します。

物質系を構成する粒子の回転や振動などによる全エネルギーを総称して、**内部エネルギー** E と呼びます。細かいことはよく解っていない種々のエネルギーをまとめて扱う概念です。定温（T_k）・定圧（P）下の小さな化学反応で生じる内部エネルギー変化を ΔE とします。Δ 記号（デルタ）はごく小さな変化を意味します。内部エネルギー変化というエネルギー移動に伴うエントロピー変化を $\Delta S_{\Delta E}$ で表すことにします。

小さな化学反応で生じる体積変化 ΔV により仕事 $P\Delta V$ をすることがあります。この仕事というエネルギー移動に伴うエントロピー変化を $\Delta S_{P\Delta V}$ で表すことにします。本当は、体積変化に伴って圧力も変化するのですが、ここでは定圧が維持されていると見なしています。

小さな化学反応で生じる内部エネルギー変化と体積変化による仕事を足したもの $\Delta E + P\Delta V$ を**エンタルピー変化** ΔH と呼ぶこともあります。エンタルピー変化はエネルギーの移動量を表しており、それに伴うエントロピー変化を $\Delta S_{\Delta H}$ で表すものとします。

エネルギーもエントロピーも加法で計算できるように決めることができますから、

$$\Delta H = \Delta E + P\Delta V$$

$$\Delta S_{\Delta H} = \Delta S_{\Delta E} + \Delta S_{P\Delta V}$$

となります。

小さな化学反応で生じる熱の発生を ΔQ とします。熱の発生によるクラウジウスの熱エ

ントロピー変化は $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_k}$ となります。本当は、熱の発生で温度が上がるのですが、ここでは定温が維持されていると見なしています。

さて、定温・定圧下での小さな化学反応で生じるエントロピー変化を、大きく 3 つのエントロピー変化 $\Delta S_{\Delta E}$ 、$\Delta S_{P\Delta V}$ 、ΔS に分けましたが、相互の関係の詳細は解りません。おそらく重複している部分もあるでしょう。

ここで、先ほどの**トムキンスの法則**（熱力学第 2 法則の表現のひとつ）が出てきます。

物質系がエントロピー［ルール］によって決まる最大エントロピー［値］よりも、小さなエントロピー［値］の状態にあり、そこで化学反応が起こるものとします。いろいろな化学反応の内、物質系のエントロピー［値］を少しでも大きく増大させる化学反応が起こりやすいと先ず予測できます (<u>第 1 種条件</u>)。次に、いろいろなエントロピー変化の中では、熱エントロピーを増大させる化学反応、つまり発熱反応が起こりやすいと予測できます (<u>第 2 種条件</u>)。第 2 種条件は第 1 種条件に従属しています。

多くの場合は、第 1 種条件と第 2 種条件で選ばれる化学反応が一致しますが、時には不一致となり、その場合は第 1 種条件が強いので、吸熱反応が起こるだろうと予測できることになります。しかし、第 1 種条件は系と外部環境を含めた全エントロピーの計算が必要になりますし、吸熱化学反応は多くないので、系内部のエントロピー計算だけで判断できる第 2 種条件を使って、化学反応が起こりやすいかどうかを予測することが試みられました。（本当に、ギブズがこのように考えたわけではありません。筆者が、理解しやすいように説明を作っているだけのことです。）

つまり、クラウジウスの熱エントロピー変化 ΔS とそれ以外のエントロピー変化 $\Delta S_{\Delta H}$ とを比較するのです。$\gtreqless$ は、大きいか、等しいか、小さいかを意味する記号です。

$$\Delta S \gtreqless \Delta S_{\Delta H}$$

そこで、**ギブズの自由エントロピー変化**を次式で定義します。

$$\Delta S_{Gibbs} = \Delta S - \Delta S_{\Delta H}$$

$\Delta S_{Gibbs} > 0$ で、より大きくなる化学反応が起こりやすいと予測します。

しかし現実には、我々がエントロピーとして測定できるものは限られていますので、この式そのままでは実用に堪えません。

そこで、エントロピー変化を全てエネルギーの移動量に換算し、その正負や大きさで化学反応の起こりやすさを予測しようという解決策が考えられます。

そのようにして捉えたエネルギーの移動と、熱エントロピーの変化をエネルギーの移動量に換算したものとを併せたものとして、**ギブズの自由エネルギー変化**と呼ばれるものがあります。式は次のようなものです。

$$\Delta G = \Delta H - \Delta Q$$

$$\Delta G = \Delta E + P\Delta V - T_k \Delta S$$

ΔG ：ギブズ自由エネルギー変化（定温・定圧）

ΔH ：エンタルピー変化　$\Delta H = \Delta E + P\Delta V$

ΔQ ：熱量変化　$\Delta Q = T_k \Delta S$

ΔE ：内部エネルギー変化

$P\Delta V$ ：体積変化による仕事
　P ：圧力　ΔV ：体積変化

$T_k \Delta S$ ：熱エントロピー変化のエネルギー移動量換算　ΔQ
　T_k ：温度　ΔS ：クラウジウスの熱エントロピー変化

ギブズ自由エントロピーと比べると、自由エネルギーの式では符号の正負の向きが逆になっています。一般的な化学反応系では、系の中のエネルギーが外部環境に向かって放散していくとき、つまり系の中のエネルギーが減少するときに、系と環境を併せた宇宙全体のエントロピーは増大します。そのため、$\Delta S_{Gibbs} > 0$ の向きが $\Delta G < 0$ の向きになるように符号の正負が決められました。

この計算で得られるギブズ自由エネルギー変化が負となる向きに（$\Delta G < 0$）、化学変化は進みやすいと予測します。その向きは、宇宙の全エントロピーが正の向きに大きくなる向きです。多くの場合は熱エントロピーがどんどん大きくなる向き（$\Delta S > 0$）と一致しますが、時には不一致のこともあります。熱エントロピー変化は全エントロピー変化の一部に過ぎないからです。

エントロピーの概念を知らない中学校レベルですと、「自然はエネルギーの低い安定な状態を好むので、自発的な化学反応はエネルギーが低くなる向きに進む」と教えることになります。ある反応系のエネルギーが小さくなる向きとは、その反応系のエネルギーが、エネルギー密度の低い系外に散っていく、つまり宇宙全体のエントロピーが増大する向き（自由エネルギーが減少する向き）です。

そして、自発的に、勝手に進む変化、すなわち確率的に起こりにくい状態（状態群）から、確率的に起こりやすい状態（状態群）への変化、つまりエントロピーが大きくなる変

化とは、自由エネルギーが減少する変化ですから、私たちが日常会話で言うところの「エネルギーを使って何かをする」という言葉は、正確には「自由エネルギーを消費して何かをする」という意味であり、「低エントロピー資源を消費して何かをする」と同じ意味です。エネルギーは保存量なので消費できません。消費できるのは自由エネルギーです。

正確な意味で言葉を使うために繰り返しておきます。エネルギーは保存量であり、煮ても焼いても量は変化しません。しかし、エネルギーは状態が自発的に変化します。構造変化と言っても構いません。確率的に起こりにくい偏った分布を持つ状態（低エントロピーの状態）から、確率的に起こりやすい平均的な分布を持つ状態（高エントロピーの状態）に向かって、構造変化を積み重ねていきます。このとき、エントロピー変化の大きさを、それに相当するエネルギー移動量の大きさに換算したものを自由エネルギーと言います。低エントロピーのエネルギーは大きな自由エネルギーを持っています。資源や食物と呼ばれるものは低エントロピーのエネルギーであり、自由エネルギーを多く持っています。ゴミや糞と呼ばれるものは高エントロピーのエネルギーであり、自由エネルギーは消費されて少なくなっています。

また、注意しなければならないことがあります。ある反応系が、系よりもエネルギー密度の高い系外によって囲まれているときは、系内の自発的な化学反応は系のエネルギーが高くなる向きに進むということです。その場合に、宇宙全体のエントロピーは増大する向き（宇宙全体の自由エネルギーは減少する向き）となります。

「自発的な化学反応はエネルギーが低くなる向きに進む」という中学校レベルの教え方は、環境のエネルギー密度が低いときにのみ言えることであり、宇宙全体に通用する普遍的な法則として理解して良いものではありません。

17. 最大エントロピーとは何か

外界とエネルギーのやり取りの無い閉鎖系を考えることにします。外界との間でエネルギーの出入りが無いということは、エントロピー［ルール］が閉鎖系内部の事情によってのみ決まるということです。

このような閉鎖系の中では、いろいろな諸変化が繰り広げられた最終結果として定まる最終的なエントロピー［ルール］によって決まるエントロピー［値］に到達したところでマクロな変化は止まったようになります。このときのエントロピー［値］をマキシマム・エントロピー（maximum entropy 極大エントロピー）と呼びます。最大エントロピーとも言います。

この最大エントロピーは次のような意味を持っています。

（１）　利用できる低エントロピーエネルギー（大きな自由エネルギーを持つエネルギー）

を完全に使い果たした状態（無駄が無い！）

（２）　その系内における化学反応が完了しており，化学的に安定した状態（燃え残りが無く安全！）

（３）　情報の記録装置として見る場合，最大多数のデータを記録できる状態（情報変化に対して最も適応的な状態，つまり賢い！）

なかなか利用価値のある意味が並んでいます。

もっとも、宇宙全体が最大エントロピーに到達すると、あらゆる構造が崩壊し、すべてが混ざってドロドロに均一化し、多種多様なエントロピーの多くが熱エントロピーと化した死の世界となります。

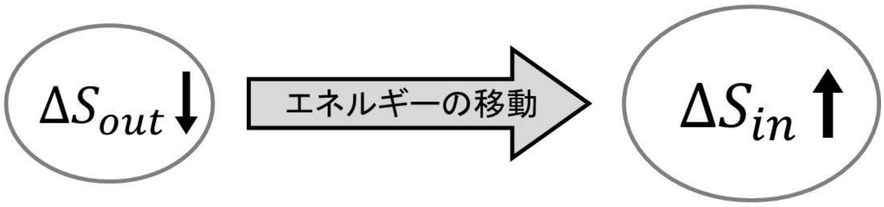
18.　散逸構造とは何か

ある世界のエントロピー［ルール］が緩和した後、その世界のエントロピー［値］がマクロ不可逆的に増大していく中で、一定の自己エントロピー［値］を保ち続けている構造が出現することがあります。そのような構造を散逸構造（dissipative structures）と呼びます。

逆に、世界のエントロピー［ルール］が厳しくなった後、世界のエントロピー［値］がマクロ不可逆的に減少していく中で、一定の自己エントロピー［値］を保ち続けている収蔵構造（cumulative structures）が出現することもあるでしょう。

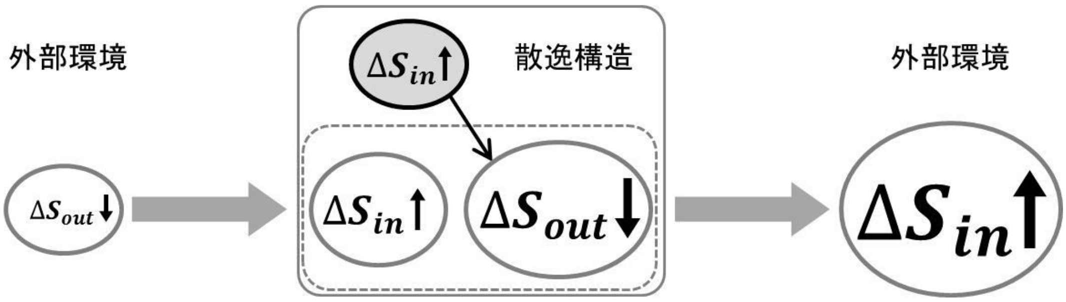
ここでは散逸構造について簡単に説明します。順を追った詳しい説明は参考資料 1 にあります。

エネルギーが移動すると、移動元ではエントロピーが減少し、移動先ではエントロピーが増大します。移動元ではエントロピー［ルール］が厳しくなり（確率的可能性が小さくなり）、新しい［ルール］によって決まる最大エントロピーに向かってエントロピー［値］がマクロ不可逆的に急降下し、移動先では［ルール］が緩和されて（確率的可能性が大きくなり）、新しい［ルール］によって決まる最大エントロピーに向かってエントロピー［値］がマクロ不可逆的に急上昇します。次図は自発的に進むエネルギー移動とエントロピー変化を示しています。

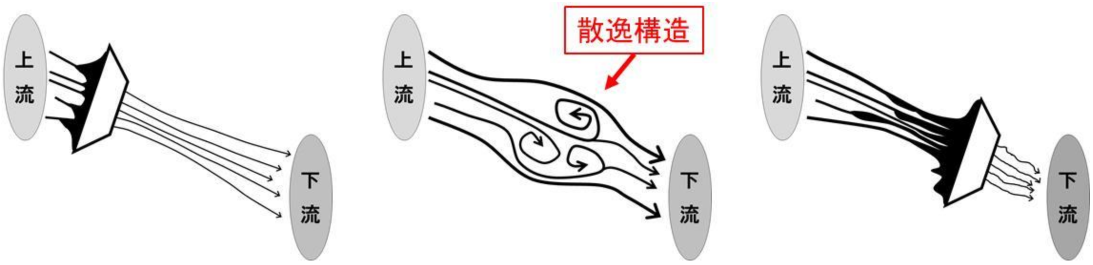


$$\Delta S_{all} = \Delta S_{out} + \Delta S_{in} \quad > 0$$

この図をうまく組み合わせると、マクロ不可逆的にエントロピーが増大したり、減少したりする世界の中でも、エントロピーを一定に保つ小さな世界を維持できることがわかります。そのような小さな世界が散逸構造であり、エントロピーを保つ仕組みを下図に示します。

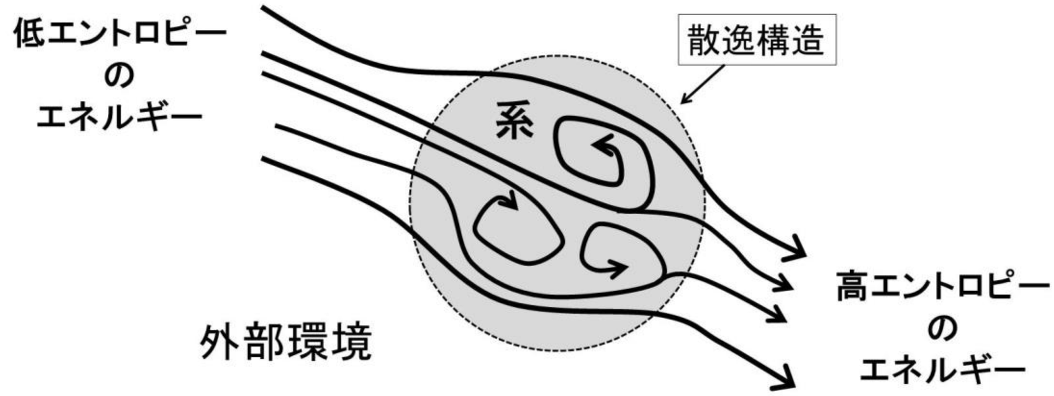


散逸構造のわかりやすい例は、川の途中にできる渦巻き模様です（下図）。渦を巻く水が散逸構造なのではありません。渦の模様そのものが散逸構造です。



川の上流が堰き止められると模様は消えます。川の下流が堰き止められても模様は消えます。川の水の流れが妨害されると渦模様は消えます。川の水の流れがエネルギー移動に相当します。上流の川の水は低エントロピーのエネルギーです。下流の水は高エントロピーのエネルギーです。川の水の流れに、自らの中で発生したエントロピーを、いわば捨てることで渦巻き模様が維持されます。

低エントロピーのエネルギー資源を取り入れ、自らの中で発生している余分なエントロピーをエネルギー資源に与え、高エントロピー化したエネルギー（ゴミ、廃棄物）を環境に放出して保たれている模様が散逸構造です（次図）。



ある構造が散逸構造かそうでないかを見分ける簡単な方法があります。

散逸構造は、発生し、消滅します。つまり寿命があるものはすべて散逸構造です。動植物など生物学の対象はすべて散逸構造です。地球や太陽も散逸構造です。10 億年以上あるようですが、陽子も寿命があるので散逸構造です。聖書も学問も散逸構造です。都市活動や文明も散逸構造です。戦争も散逸構造です。

戦争とは、秩序を持つふたつの物質系の衝突です。混乱は秩序の崩壊をもたらし、秩序崩壊で勝敗が決まります。戦争では、相手にエネルギーを投射します。具体的には部隊を投入したり、砲弾を撃ち込んだりすることです。エネルギーはエントロピーを運びます。投射されたエネルギーによって系を構成する物質変化の確率的自由度は増大します。つまり系のエントロピーが増大し、組織は混乱状態（励起状態、動揺した状態）になります。混乱した系から速やかにエネルギーを取り除くこと（冷却、鎮静）が出来なければ、エントロピー増大が続き系の秩序崩壊を招きます。戦争といえども、単純な熱力学的法則に従う散逸構造に過ぎません。エネルギーの投入が無くなると戦争は終わります。

そうです。寿命が知られていない光を除き、あらゆるもの、あらゆることが散逸構造なのです。人間が知っている万物万象が散逸構造です。この原稿で紹介しているエントロピーの概念も散逸構造です。

そして、ダーウィン（1809－1882）の生物進化論のエッセンスは、そのまま全ての散逸構造に適用できます。これを特に一般進化論と呼びます。

しかし、驚くべきことは、近代の科学者の解明したことが、大昔のブッダ（仏陀）の悟りのエッセンス、つまり無常という世界観に一致するということです。

鴨長明（1155－1216）による無常観の説明を確認してみましょう。

> ゆく河の流れは絶えずして、しかも、もとの水にあらず。淀みに浮ぶ泡沫（うたかた）は、かつ消え、かつ結びて、久しくとどまりたる例（ためし）

なし。世中にある、人と栖（すみか）と、又かくのごとし。

たましきの都のうちに、棟を並べ、甍（いらか）を争へる、高き、いやしき人の住ひは、世々を経て、尽きせぬ物なれど、是をまことかと尋れば、昔しありし家は稀なり。或は去年（こぞ）焼けて今年つくれり。或は大家ほろびて小家となる。住む人も是に同じ。所もかはらず、人も多かれど、いにしへ見し人は、二三十人が中に、わづかにひとりふたりなり。朝（あした）に死に、夕（ゆふべ）に生るるならひ、ただ水の泡にぞ似りける。

不知、生れ死ぬる人、何方（いづかた）より来たりて、何方へか去る。又不知、仮の宿り、誰が為にか心を悩まし、何によりてか目を喜ばしむる。その、主と栖と、無常を争ふさま、いはばあさがほの露に異ならず。或は露落ちて花残れり。残るといへども、朝日に枯れぬ。或は花しぼみて露なほ消えず。消えずといへども、夕を待つ事なし。

（鴨長明『方丈記』より）

散逸構造のことを見事に謳い上げていますね。

般若心経（はんにゃしんぎょう）の『色即是空　空即是色』の色（しき）が散逸構造のことであり、空（くう）が散逸構造の構成材料のことです [1] 。

川の渦巻きの構成要素は水です。しかし、水も酸素原子や水素原子などで構成される散逸構造ですから、水は空でありながら同時に色でもあります。酸素原子や水素原子も、電子や陽子、中性子などからできている散逸構造なので、原子は空でありながら同時に色でもあります。電子なども散逸構造です。何億年と桁外れに長いのですが寿命があります。もし寿命の無い究極の構成要素が見つかれば、真の空（くう）ということになります。今のところ、寿命が見つかっていないのは光だけです。光は電磁波ですから、電場とか磁場とかが存在できる空間が真の空に相当するものなのかもしれません。

もっとも、真の空が何であるかは重要なことではありません。散逸構造（＝空）が集まって、より高次の散逸構造（＝色）ができる、それが・・・空→色＝空→色＝空→色・・・と、幾重にも繰り返されることで、つまり『色即是空　空即是色』の関係によって世界が成立していることを理解できればよいのです。

エントロピーの本質を知り、そして量子力学の考え方を知ると、現実世界のあらゆる変化は確率的であることがわかります。こうして豊かな確率的世界観を持つことができるようになります。

19. 世界の変化が確率的であることの根拠

ここで、我々の住む世界で起こっている変化が、基本的には確率的であることを示す解りやすい根拠を簡単に紹介しておきます。

動植物のように、多数の原子・分子が集まってできている複雑な散逸構造は、常に構造の部分的破壊と修復を繰り返すことによって全体の構造を維持していますが、時が経つと、修復できない部分が増大し、やがて全体の構造維持もできなくなって寿命を迎えます。

そのため若い生物ほど余命が長く、老いた生物ほど余命は短くなります。これが生物の寿命に対する一般的な理解であり、生物の寿命が確率をベースにして決まっているとは思えないのが普通です。

しかし、原子のように単純な散逸構造の寿命が確率的に決まっていることは、次のような基準で考えることによって理解できます。

ある散逸構造の寿命が確率的であることは「ある散逸構造について、構造形成後の経過時間に関係なく、また構造が多数集まった集団全体のどのような部分集団でも、同じ半減期（個数が半分に減るまでに要する時間）を持つこと」で知ることができます。

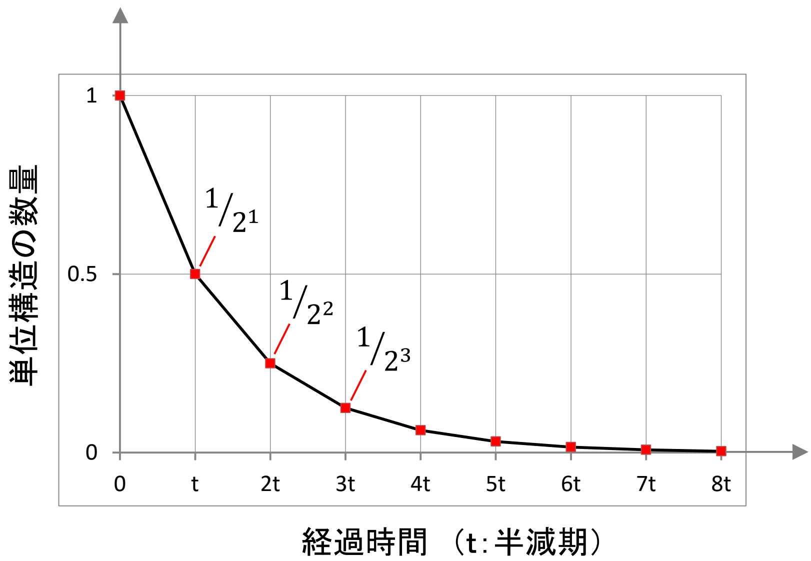
よく知られているのは放射性物質の崩壊の様子を示す半減期です。ウラン 235 は崩壊してトリウムになります（トリウム以降も鉛になるまで崩壊が続きます）が、ウラン 235 の半減期は約 7 億年です。

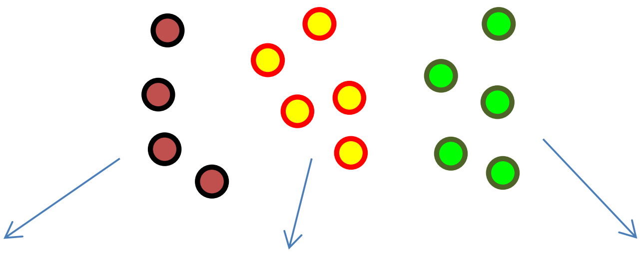
もし、ここにウラン 235 が 1 キログラムあるとすると、そのどの部分 100 グラムを取り出しても半減期が 7 億年だということは、ウランの崩壊が完全に確率的デタラメさをもって起こっているということを意味しています。各々のウラン 235 原子が、何十億年前に誕生したのかには関係なく、サイコロだけで余命が決まっているわけです。

動物の体を構成するタンパク質は、この放射性元素のように非選択的な半減期を持つものと、老いたタンパク質を選択的に破壊する仕組みを持ち（若いタンパク質ほど余命が長くなり）、タンパク質の老若で半減期が異なるものがあるようです。

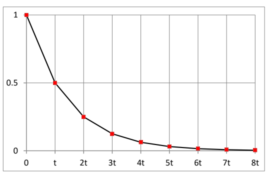
非選択的に破壊するか、選択的に破壊するかは、全体のコスト・パフォーマンスで決まります。つまり選択性という能力に要するコストで得られる全体的な効果が大きいときは、選択的に破壊する仕組みが進化によって発達するのだろうと考えられます。

タンパク質のように多数の原子が集まって複雑な構造になると、構造崩壊の程度によって半減期が異なってくるため、確率的性格が不鮮明になりますが、選択的破壊という仕組み自体が確率的に生まれたものであることを考えれば、生物の寿命のようなものも、本質的には確率的なものであると言えることが理解できると思います。

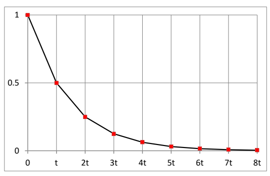




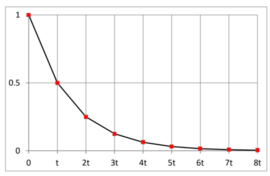
30億年前に誕生した
ウラン235の
減少の様子



10億年前に誕生した
ウラン235の
減少の様子

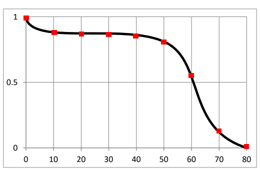


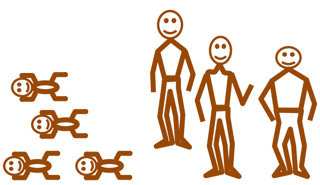
2億年前に誕生した
ウラン235の
減少の様子



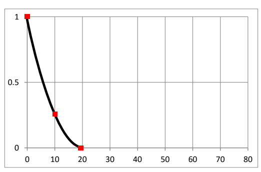
単純な構造には、劣化（構造の破壊が修復を上回ること：老化）は生じません。構造の集団（たとえばウラン 235 の塊）から、どのような部分集団を取り出しても、個々の単位構造の寿命は同じ確率で決まり、半減期に差異はありません。

新生児を選んだ時の
減少の様子





60歳の男を選んだ時の
減少の様子



20. フィボナッチ数列・黄金比が自然界に現れる理由について

フィボナッチ数列とは、(0)、1、1、2、3、5、8、13、21、34、・・・と続く数列です。各項は 1+1＝2、1+2＝3、2+3＝5、3+5＝8 と、前の二つの項を加えることで新しい項が作られています。

隣り合うふたつの項の比は 1/1＝1、1/2＝2、3/2＝1.5、5/3＝1.666、8/5＝1.6、13/8＝1.625、21/18＝1.615、34/21＝1.619・・・となり極限は黄金比（1.6180339…）となります。

フィボナチ数は、花弁の数など自然界に多く出現することが知られています。

なぜフィボナッチ数は、自然界に多く出現するのでしょうか。

理論的な理由は簡単です。101110…のような一次元情報系が，系を構成する要素の数を 1 つずつ増やしていくとき，各段階で最大エントロピーとなるように考えると、各段階におけるエントロピー計算の基となる確率的自由度が、そのままフィボナッチ数列になるからです。具体的な物質的裏付けの発見はこれからの課題でしょう。化学のトポロジカル・インデックス（細矢インデックス）とも強い関係があります。詳しくは参考資料 1 を参照してください。

ここでは、一次元情報系が成長するときに、その最大エントロピーがフィボナッチ数列となる様子を紹介します。

0 と 1 の数の並びを考えます。

1 秒毎に数が動くものとします。

ただし、動きには制約があり、隣の数との位置交換だけが可能であるとします。

そして、全ては等確率に起こると仮定します。

例えば、01 は、01→01、01→10 の 2 通りの動きをする可能性があると考えます。この可能性の種類の多さが確率的自由度であり、適当な計算を経て系のエントロピーを決めると考えます。

幾つか例を見てみましょう。

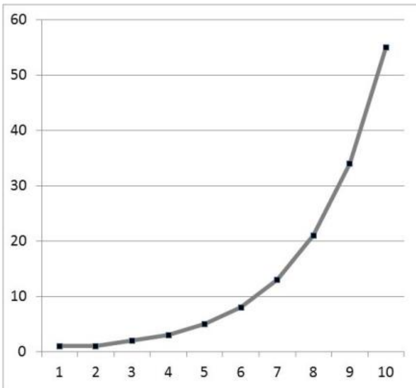
011 は、011→011、011→101 の 2 通りです。010 は、010→010、010→100、010→001 の 3 通りです。0011 は、0011→0011、0011→0101 の 2 通りです。0101 は、0101→0101、0101→1001、0101→0011、0101→0110、0101→1010 の 5 通りです。

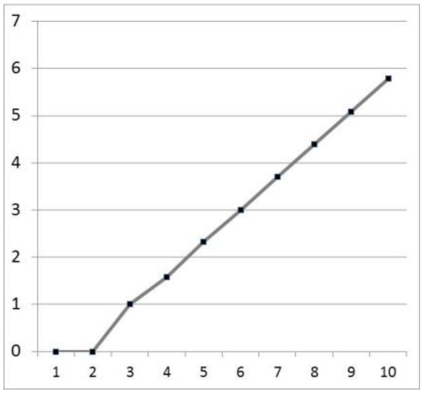
いろいろと試してみると、010101…と要素が交互に並んだタイプのものが一番大きな確率的自由度を持っていることがわかります。

そこで、01、010、0101、01010、010101、・・・と要素の数を増やしながら確率的自由度を計算すると、2、3、5、8、13、・・・とフィボナッチ数列になります。

なお、フィボナッチ数列を対数化すると直線に近い比例関係になります。

番号	F 数	$\log_2 F$
1	1	0.000
2	1	0.000
3	2	1.000
4	3	1.585
5	5	2.322
6	8	3.000
7	13	3.700
8	21	4.392
9	34	5.087
10	55	5.781





自然界に（特に成長過程において）フィボナッチ数列や黄金比が多く出現する理由は、それが最大エントロピーの状態を反映したものであるからと説明できるようになりましたが、物質的な機序については、まだ何もわかっていません。

『勝手にしやがれ！エントロピー』を読んで下さり、ありがとうございました。

熱力学は理系にとっても難しく、チンプンカンプンなので、昔は東大生も「勝手にしやがれエントロピー」と言って、さじを投げる学生が少なくなかったと東大出身の細矢先生から教わりました。元々はガモフ（1904－1968）による『原子の国のトムキンス』に出てくる逸話のようです [2] 。

21. 参考資料

本以外はすべてインターネットで入手可能です。

参考資料 1 :『「勝手にしやがれ！エントロピー　文系高校数学でも理解できる確率的世界像」を高校２年生が読むための準備説明』は、説明内容をエントロピー、フィボナッチ数列に絞ったものです。本説明（勝手にしやがれ！エントロピー）が少し難しいかなという方は、まずこちらから読まれるのがお奨めです。用語の説明も丁寧です。

参考資料 2 :『F 数列黄金比最大エントロピー仮説 20121217b』2012 年 6 月の説明資料です。中学生向けに作成しました。エントロピーそのものの説明はもう古いので大きく書き直す必要がありますが、散逸構造の説明は本稿よりはるかに詳しいです。日本フィボナッチ協会研究集会での細矢インデックスとの出会いなども紹介しています。

参考資料 3 : “The Fibonacci sequence in nature implies thermodynamic maximum entropy” 2012 年 11 月の説明資料です。「Fibonacci entropy」の 2 語をキーワードにして、インターネットの検索エンジンでサーチするとすぐにヒットします。英文ですが、絵だけでも見て下さい。

参考資料 4 :『勝手にしやがれ！エントロピー』の最新版。2014 年 11 月 13 日からウェッブ公開しています (保管場所 :『廃兵院武器庫』)。文系高校数学履修者向けに作成しました。

参考資料 5 :『創造的作戦の起源（Aurues）20080730 連続 forPrint』2008 年 7 月の古い説明資料です。散逸構造の進化という立場から戦争の勝敗が決まる要件を論じたものです。

参考資料 6 :『エントロピーから読み解く生物学―めぐりめぐむわきあがる生命』佐藤直樹著、裳華房 (2012/05)。東大教養学部文系学生用の生物学教科書のようです。エントロピーに対する「生き生き」としたイメージは、『勝手にしやがれ！エントロピー』と共通しているように思えます。

参考資料 7 :『アキレスと亀とカントール』2015 年 5 月 25 日からウェッブ公開しています。アキレスと亀という小話があります。ゼノンのパラドックスと呼ばれているもののひとつです。この小話は、世界は動的に変化し続けている状態が基準であって、静止しているものなど無いということを主張するための背理法の一部分であると考えられます。ボルツマンによるエントロピーの解釈は平衡状態を基準としているので、非平衡状態という変化状態を扱うためには「準静的過程」という妙なものを想定しなければいけません。背理法として捉えた「アキレスと亀」は、静止状態が無限小の時間で変化していく準静的過程といったものを否定しているように思えます。

参考資料 8 :『エントロピー：その形式的呪縛からの解放（人間の非論理的な判断の物質的根拠に関する論理的かつ非論理的な説明の試み)』2016 年 9 月 22 日からウェッブ公開しています。参考資料 1～4 は、情報エントロピーの考え方で物理のエントロピーも含めて統合的に理解できるだろうという立場で考えたものです。しかし、ある出来事がきっかけで、情報エントロピーと物理のエントロピーは根本的に別物であるという立場に変わりました。参考資料 1 と 4 は、新しい立場で書き直す必要があります。

なにごとも
たかが誰かの思いつき

治之

本資料は、まだ作業中です。少しずつ加筆・修正していく予定です。

表題変更：　「エントロピーとは何か」→「エントロピーは自由だ！」→「勝手にしやがれ！エントロピー」

---

[1] 小室直樹著『日本人のための宗教原論』（徳間書店 2000 年）pp.247－249 に次の説明があります：　空は、有でもなければ無でもない。有と無を超えて、統合したところにある。では、どのように統合したのか。『愚管抄』の著者として知られている慈円（じえん 1155－1225 年）の歌がある。　***ひきよせて　むすべば柴（しば）の　庵（いおり）にて　とくればもとの　野原なりけり***　ここに「空」があるといっている。「庵」とは、草木を結ぶなどして作った質素な小屋のことで、僧や世捨て人などが仮住まいとしたものである。庵は「建築する」とはいわず、「結ぶ」といった。そこらへんにある柴をかきよせて結んで作ったから庵になる。もし、結び目を解いてしまえば、そこには何もない。この歌は、明快に「空」を説明している。庵は、あるのか、ないのか。柴を結べば庵はある。結び目を解けば庵はない。したがって、庵は、あるともいえるし、ないともいえる。それと同時に、あるともいえないし、ないともいえない。庵の存在、有無は「結び」にかかっている。結べば庵はあるし、結ぶまではなかった。結びを解けば、庵はなくなる。これぞ、空である。空はたしかに無である。しかし、同時に有でもある。すべての実在は空である。

[2] G・ガモフ George Gamow 著『原子の国のトムキンス Mr Tompkins explores the atom』の中の一話『マクスウェルの魔 Maxwell's Demon』の中に出てくる。白揚社のG・ガモフ・コレクション１『トムキンスの冒険 Mr Tompkins in Paperback（不思議の国のトムキンス Mr Tompkins in Wonderland ＆原子の国のトムキンス）』の第 9 話が『マクスウェルの魔』である。英語原文は：'Increases, decreases / Decreases, increases / What the hell do we care / What entropy does?'（/：改行）伏見康治・市井三郎訳は「ふえようと減ろうと / 減ろうとふえようと / 勝手にしやがれ / エントロピー」